

宇宙科学 I

蜂巢 泉

東京大学教養学部宇宙地球科学教室

2013年4月1日

目次

第1章	宇宙の階層構造	7
第2章	宇宙の距離を測る—星の明るさと距離	8
2.1	ハッブルの膨張則と膨張宇宙	8
2.2	宇宙の距離を測る	9
2.2.1	宇宙の距離の測り方—「宇宙はしご (cosmic ladder) を登る」	9
2.3	太陽系の惑星軌道の大きさと太陽質量の決定	10
2.3.1	ケプラーの法則	10
2.3.2	地球軌道の長半径・太陽質量の決定	11
2.4	年周視差と太陽近傍の星までの距離	12
2.5	星の明るさと距離	12
2.6	標準光源 — セファイドで距離を測る	14
2.6.1	セファイドの性質	14
2.6.2	セファイドで距離を測る	14
2.7	U, B, V — 3色測光	16
第3章	天体からの情報	18
3.1	電磁波の波長とスペクトル	18
3.2	連続スペクトルと線スペクトル	18
3.3	黒体放射スペクトル	18
3.4	色指数 (星の色) と温度	20
3.5	水素のライマン、バルマー系列	20
3.6	温度とエネルギーの熱い関係	22
3.7	ガンマ線を出す天体	23
3.8	X線を出す天体	24
3.9	紫外線を出す天体	24
3.10	赤外線を出す天体	24
3.11	ミリ波を出す天体	24
3.12	電波 (マイクロ波) を出す天体	24
3.13	天体の速度とドップラー効果	24
3.14	重力レンズ効果	25
3.15	望遠鏡の分解能	25
3.16	電波干渉計 (開口合成望遠鏡)	26
3.17	大気による吸収および大気のゆらぎ	27

第 4 章	星の構造とエネルギー源	28
4.1	密度一定の星	30
4.2	星の重力エネルギーと熱エネルギー	31
4.3	星のエネルギー源	33
第 5 章	主系列星の構造	35
5.1	pp チェインと CNO サイクルによる核反応	35
5.2	星の内部の熱輸送	35
5.3	断熱的溫度勾配と対流	36
5.4	輻射平衡と対流平衡	37
5.5	主系列にとどまる時間	37
5.6	なぜ核融合反応は安定か?	37
第 6 章	電子の縮退圧	39
第 7 章	1 M_{\odot} の星の進化と最後	43
7.1	赤色巨星段階	43
7.2	1 M_{\odot} の星のヘリウムフラッシュと水平分枝	43
7.3	炭素・酸素コアと漸近赤色巨星分枝	44
7.4	質量放出と惑星状星雲	44
第 8 章	太陽の 7 倍の質量を持つ星の進化	46
8.1	ヘルツシュプルング・ギャップと赤色巨星分岐	46
8.2	ヘリウム燃焼と漸近赤色巨星分枝	46
8.3	セファイド不安定帯と脈動星	47
8.4	質量放出と白色矮星	47
第 9 章	太陽の 20 倍の質量を持つ星の進化	49
第 10 章	星の進化のまとめ	51
第 11 章	超新星爆発	53
11.1	なぜ超新星は明るく輝くか	53
11.2	超新星の意味するもの	54
第 12 章	中性子星	55
12.1	連星系の星の質量	55
12.2	パルサー	56
12.3	X 線バースター	57
第 13 章	ブラックホール	58
13.1	ブラックホールと潮汐力	58
13.2	ブラックホールの蒸発	59
13.3	ブラックホール候補天体	60

第 14 章 銀河・星団の構造と進化	62
14.1 球状星団の構造	62
14.2 銀河の構造	62
14.3 HR 図と星団の年齢	62
14.4 銀河の年齢	63
14.5 原始銀河の探索	63
第 15 章 膨張宇宙と銀河の形成	64
15.1 ビック・バン宇宙の観測的証拠	64
15.2 膨張宇宙の性質	64
15.3 膨張宇宙における密度ゆらぎ	66
第 16 章 惑星系の形成と惑星上での生命の発生	67
16.1 現在の太陽系	67
16.2 星間雲の収縮・原始星・T タウリ型星	68
16.3 惑星形成論の標準モデル	68
16.4 惑星上での生命の発生	69
第 17 章 宇宙生命について	71
17.1 宇宙文明の存在数	71
17.2 文明のタイプ	72
17.3 宇宙人へのメッセージ	73
第 18 章 Q&A	76
18.1 宇宙の一樣膨張の簡単な説明	76
18.2 遠心力とケプラーの第三法則	77
18.3 立体角についての積分	79
18.4 ステファン・ボルツマンの定数と輻射密度定数の関係	80
18.5 プランクの輻射公式の導出について	82
18.6 自己重力エネルギーの計算法	84
第 19 章 筆記試験について	86
第 20 章 宇宙科学定数表	89

目次

2.1	ハッブル・フロー	9
2.2	三角測量の原理	10
2.3	レーダーエコーで距離を測る	11
2.4	パーセクの定義	12
2.5	エネルギー・フラックスと距離の関係	13
2.6	セファイドの周期-光度関係	15
2.7	UBV 三色測光フィルター	15
2.8	太陽近傍 25pc 以内の星の HR 図	17
3.1	flux の定義	19
3.2	プランク分布	20
3.3	プランク分布と UBV 三色測光	21
3.4	ライマン・バルマー系列	22
3.5	波長のプランク分布	23
3.6	重力レンズ効果	25
3.7	超長基線干渉計	26
4.1	球殻と釣り合いの式	29
4.2	密度一様の星の重力ポテンシャル	32
4.3	密度一様の星の重力	33
5.1	光子による熱拡散と対流	36
5.2	対流の条件	37
6.1	壁に与える力積	40
6.2	電子の縮退圧で支えられる星の質量と半径	41
7.1	$1 M_{\odot}$ の星の HR 図	45
8.1	$7 M_{\odot}$ の星の HR 図	48
9.1	$20 M_{\odot}$ の星の HR 図	50
12.1	ロッシュローブからのガスのあふれ	57
13.1	ブラックホールの蒸発のメカニズム	59
16.1	太陽系惑星のできるまで	69
17.1	宇宙通信におけるメッセージ	75

18.1 宇宙の一樣膨張	77
18.2 遠心力の求め方	78
18.3 立体角の意味	81
18.4 立体角と積分	81

表 目 次

1.1 宇宙の階層構造	7
3.1 温度と色指数の関係	21
10.1 星の進化のまとめ	51
11.1 超新星の分類	53
20.1 物理定数	90
20.2 天文の基礎定数	90

第1章 宇宙の階層構造

講義では、宇宙の最も基本的な構成要素である星や惑星から、それらの容れ物としての宇宙全体まであつかう。星々が集まって、星団や銀河を構成しているように、宇宙の中での物質分布は表 1.1 の様にさまざまな階層構造をつくっている。この表には、各階層ごとの天体の代表的な大きさが書かれている。

太陽のように自ら光り輝いている星を恒星と呼ぶ。恒星の集団を星団と呼び、恒星や星団の集合が銀河を形成している。銀河は単独で存在する場合もあるし、集団で存在する場合もある。銀河の集団を銀河団と呼び、それらの分布のつながりが宇宙の大規模構造を形成している。

物理や化学の基本法則が理解できたとしても、生命の何たるかを理解したとは言えないように、たとえ、恒星の内部のことが理解できたとしても、恒星の集まりである銀河系を理解できるとは限らない。銀河には銀河独自の性質、法則性があるからである。このように、宇宙のさまざまな階層ごとに、その誕生・進化・死滅の法則性を理解することが宇宙科学の基本的目標である。

また、宇宙の活動的な側面を理解することも、重要な目標の一つである。宇宙を支配している四つの基本的な力 — 重力・電磁気力・強い力・弱い力 — のうち、宇宙の諸階層の運動を基本的に支配しているのは、重力(万有引力)である。地球や太陽がそもそも形を保っていらられるのも重力があるからであり、地球などの惑星が太陽の周りを回るのも重力がその運動を支配しているからである。宇宙においては、重力がすべての支配者であり、他はそれの従者にすぎない。重力の支配に対して反乱がおきる時、宇宙はそのまま活動的な姿をかいま見せる。

	大きさ (光年)	大きさ (m)
宇宙全体	100 億光年	10^{26} m
宇宙の大規模構造	1 億光年	10^{24} m
銀河団	1 千万光年	10^{23} m
銀河	10 万光年	10^{21} m
星団	1 光年 – 1 千光年	$10^{16} - 10^{19}$ m
星		$10^8 - 10^{11}$ m
惑星	地球は太陽の $\frac{1}{100}$	$10^6 - 10^7$ m

表 1.1: 宇宙の階層構造

第2章 宇宙の距離を測る—星の明るさと距離

この章では天体の大きさがどのようにして測定できるのか、あるいは同じことだが、天体までの距離がどのようにして決定されるのかについて述べる。

2.1 ハッブルの膨張則と膨張宇宙

星や銀河などの距離を決定することが非常に重要な例の一つとして、宇宙が膨張しているという事実の基になった、ハッブルの膨張則を取り上げる。ハッブルの膨張則は、遠い銀河ほど速く遠ざかる、というものであり、式にすると、

$$v = H_0 r, \quad (2.1)$$

と表現される。ここで、 v は銀河の遠ざかる速度であり、 r は我々から銀河までの距離である。銀河から来る光の赤方偏移がドップラー効果によるものとする、その銀河の遠ざかる速度が決定できる。この測定は銀河から十分な光が届いていれば比較的容易である。 H_0 は比例定数であり、**ハッブル定数**とよばれる。縦軸に銀河の後退速度 v をとり、横軸に距離 r をとれば、各銀河が図中の一点としてプロットできる。この分布の傾きがハッブル定数となる。しかし、距離決定にはいろいろな不確実性が入り込み、銀河の後退速度が決まり易いのには比べると、かなり難しい。この距離決定の困難が、ハッブル定数の不確実性にそのまま結び付いている。

ハッブル定数が決定されると、宇宙の年齢が分かる。それは、図 2.1 に示されるように、各銀河について、

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{r_1}{v_1} = \frac{1}{H_0}, \\ t_2 &= \frac{r_2}{v_2} = \frac{1}{H_0}, \\ \dots &\cdot \dots \\ t_i &= \frac{r_i}{v_i} = \frac{1}{H_0}, \\ \dots &\cdot \dots \end{aligned} \quad (2.2)$$

が成り立つので、

$$t_{\text{universe}} = \frac{1}{H_0}, \quad (2.3)$$

で決まる過去に全ての銀河は、ある一点から出発したことが、分かるからである。実際は、宇宙膨張が過去から現在まで、等速度であった保証はないので、多少の変更は受けるが、大まかには、宇宙の年齢は、 H_0 を 75 km/s/Mpc とすると、

$$t_{\text{universe}} = \frac{1}{H_0},$$

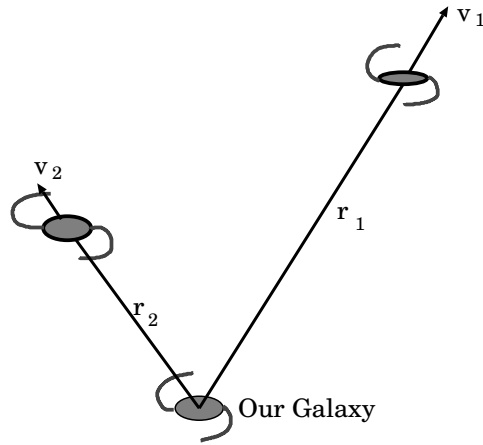


図 2.1: 遠方の銀河ほど、速い速度で遠ざかる。時間を過去に戻せば、 $t_{\text{universe}} = 1/H_0$ で各銀河は、一点に集まる。

$$\begin{aligned}
 &= \frac{10^6 \times 3 \times 10^{16} \text{m} \cdot \text{s}}{75 \times 10^3 \text{m}}, \\
 &= 4 \times 10^{17} \text{s}, \\
 &= 1.26 \times 10^{10} \text{yr},
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

126 億年と求まる。ここで、M (メガ) は百万 (10^6) をあらわし、pc は宇宙科学でよく使われる距離の単位パーセクで、だいたい $1 \text{ pc} = 3 \times 10^{16} \text{ m}$ である。

2.2 宇宙の距離を測る

2.2.1 宇宙の距離の測り方—「宇宙はしご (cosmic ladder) を登る」

距離の測定方法は、地上における方法が基本になる。現在、実用になっている測距法でもっとも精度の高いものは、レーザー光の反射を用いる、レーザー測距であろう。原理は、光の速度が分かっているから、レーザー光の往復の時間を精度良く測れば、距離がわかる。また、昔から使われている方法として、三角測量がある。これは、ある 2 地点の距離 ($\overline{BC} = a$) が分かっているならば、そこから第 3 地点を見込む角度 (β と γ) を測定し、三角形の正弦定理を使えば、2 地点から第 3 地点までの距離が計算できる。図 2.2 において、

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}, \tag{2.5}$$

より、

$$b = a \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}, \tag{2.6}$$

$$c = a \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}, \tag{2.7}$$

と求まる。宇宙における距離測定法も、その基本となる原理はこの二つとまったく同じである。

ただし、一つの方法で遠方の銀河までの距離が精度良く測れるわけではない。いくつかの段階

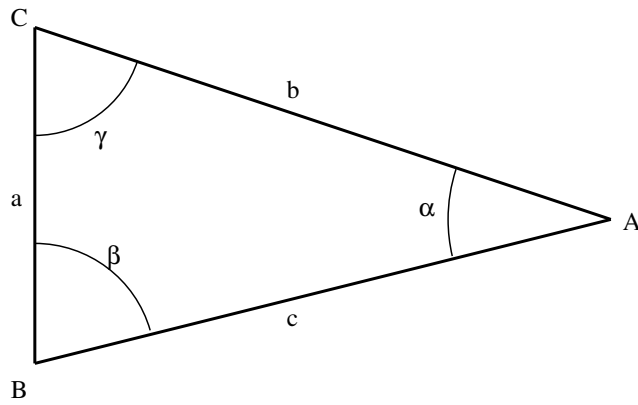


図 2.2: 三角測量の原理を使う。三角形のある1辺 (BC) の長さ a とその両端の角度 β と γ を測ると辺 AB と辺 AC の長さが分かる

を経て、最終的に遠方の銀河までの距離を決定することができる。つまり、あるステップから出発し、次々に方法を変えながら、遠方の天体の距離を決定して行くことになる。これは、われわれがはしごを一段一段登って行くようなものに対応づけられるので、「宇宙はしごを登る」というように表現される。

この「宇宙はしご」は以下のようなステップを踏む。

1. 金星や火星のレーダーエコー実験 → 地球の軌道半径決定 (真空中の光速)
2. 地球の軌道半径決定 → 太陽近傍の星の距離の決定 (年周視差: 三角測量の原理)
3. 太陽近傍のセファイド型変光星の距離決定 → セファイド型変光星の絶対光度 (本当の明るさ) の決定
4. セファイド型変光星の絶対光度決定 → セファイド型変光星の周期-光度関係を導出
5. 近傍銀河中のセファイド型変光星の周期 → セファイド型変光星の絶対光度の決定 (周期-光度関係)
6. セファイド型変光星の見かけの光度と絶対光度の比較 → 近傍銀河の距離決定

これら以外にも、距離測定の方法は存在するが、現在のところ、上のやり方がもっとも信頼性がある。

2.3 太陽系の惑星軌道の大きさと太陽質量の決定

2.3.1 ケプラーの法則

地球の軌道長半径を決定するには、ケプラーの第3法則と金星または火星のレーダーエコー時間の二つを使う。ケプラーの第3法則は、

$$(a_i)^3 \left(\frac{2\pi}{P_i} \right)^2 = GM_{\odot}, \quad (2.8)$$

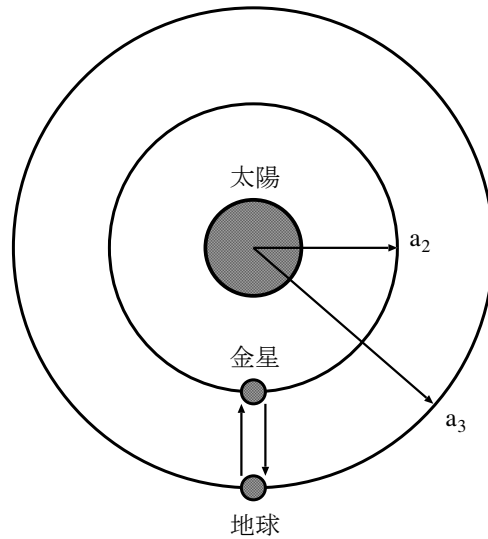


図 2.3: 金星と地球の距離はレーダーエコーの帰って来る時間で測る

と記述される。ここで、 a_i は i 番目の惑星の軌道長半径であり、求めたい量である。 P_i は i 番目の惑星の軌道周期であり、観測で決められた量である。 π は円周率、 G は重力定数である。 M_\odot は太陽質量であるが、直接測定できないので、求めたい量すなわち未知数となる。

地球と金星の距離は、地上から発射された電波 (光速度) が金星表面にぶつかって、もどってくる時間を測定することで決定できる。この反射してくる電波の実験が、1960 年代に可能になったことで、地球軌道の長半径の決定精度が飛躍的に高まった。これを **レーダーエコー実験** といっている。原理は、地上のレーザー測距と同じである。(レーダーは電波であり、レーザーは光である。混同しないように。)

2.3.2 地球軌道の長半径・太陽質量の決定

レーダーエコー時間を測定することから、金星と地球間の距離が求まったとすると、おおまかに

$$a_3 - a_2 = \frac{1}{2}ct, \quad (2.9)$$

$$(a_2)^3 \left(\frac{2\pi}{P_2} \right)^2 = GM_\odot, \quad (2.10)$$

$$(a_3)^3 \left(\frac{2\pi}{P_3} \right)^2 = GM_\odot, \quad (2.11)$$

という 3 本の式が立てられる。ここで、反射時間 t はレーダーエコーで測定される。したがって、反射時間 t を正確に測れば、距離 $\frac{1}{2}ct$ が精度良く求まる。未知数は、 a_2 、 a_3 、 M_\odot の 3 つで、3 本の式があるので太陽質量と地球軌道と金星軌道の長半径が求まる。地球軌道の長半径と太陽質量の値は、

$$\begin{aligned} a_3 &= 1.49597870 \times 10^{11} \text{ m} \\ &= \text{約 1 億 5 千万キロメートル} \end{aligned}$$

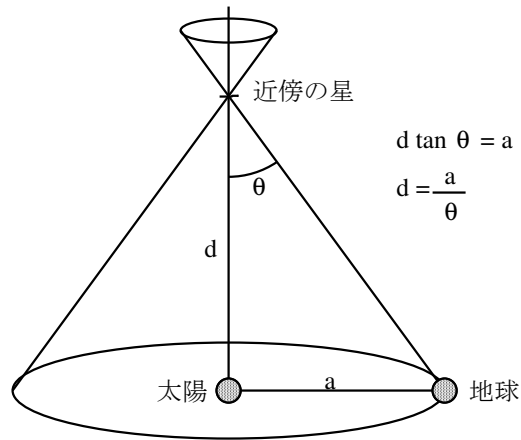


図 2.4: 太陽近傍の星の年周視差とパーセクの定義

$$= 1 \text{ 天文単位 (AU)}, \quad (2.12)$$

$$M_{\odot} = 1.989 \times 10^{30} \text{ kg}, \quad (2.13)$$

となる。

2.4 年周視差と太陽近傍の星までの距離

星までの距離は、三角測量の原理を使って、測ることができる。地球の公転に伴って、星の位置が天球上を楕円運動する。この楕円の長半径を角度のラジアンで表した時の大きさを θ 、地球の公転半径を a とすると、その星までの距離 d は、

$$d = \frac{a}{\tan \theta} \approx \frac{a}{\theta}, \quad (2.14)$$

となる。楕円の長半径を角度の秒 (天球は一周が 360 度: 1 度が 60 分: 1 分が 60 秒) の単位で表したものを年周視差とよび、それを p とすると、

$$d \text{ (m)} = \frac{1.496 \times 10^{11}}{\pi p / (180 \times 60 \times 60)} = \frac{3.0857 \times 10^{16}}{p}, \quad (2.15)$$

となる。したがって、この $3.0857 \times 10^{16} \text{ m}$ を距離の単位とすると、ある星までの距離が、

$$d \text{ (pc)} = \frac{1}{p}, \quad (2.16)$$

と表せて非常に簡単になる。この距離をパーセク (parsec) といい、pc と略して表す。

2.5 星の明るさと距離

星の明るさ (見かけの等級 m) は、その星からのエネルギー・フラックス (energy flux) f と見かけの等級が m_0 である標準星からのエネルギー・フラックス f_0 を使って、

$$m = m_0 - \frac{5}{2} \log \left(\frac{f}{f_0} \right), \quad (2.17)$$

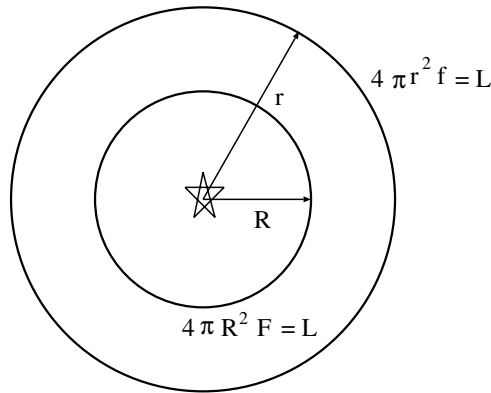


図 2.5: 星の光度 L は距離によって変化しない。エネルギー・フラックス f に表面積 $4\pi r^2$ を掛けると、光度 L になるので、 f は距離の逆自乗に比例する。 $(L = 4\pi r^2 f = \text{一定より } f = L/4\pi r^2)$

と表すことができる。ここで、 \log は常用対数 \log_{10} を表す。(自然対数をあらわす場合は、 \log ではなく、 \ln を用いる。) エネルギー・フラックスとは単位時間、単位面積あたりに入って来るエネルギーの総量である。cgs 単位系をとれば、 erg/s/cm^2 となる。なぜ、星の等級が光のエネルギーの対数で表されるのかは、人間の目の感度が光のエネルギーに直接比例しているのではなく、その対数値に比例していることからくる。昔の人々が、1 等星から 6 等星まで、目に見える星を分類したが、平均として 5 等の差 (1 等と 6 等は 5 等の差) が 100 倍の明るさの違いに相当していたのである。

エネルギー・フラックス f は図 2.5 のように、星からの距離 r の自乗に逆比例して減少するから、星の距離が遠い程、等級は大きくなる。星の本当の明るさを比較するには、すべての星を同じ距離に置いて、その明るさを比較すれば良い。この基準になる距離を 10 pc として、星の絶対等級 M を定義する。この時、見かけの等級と絶対等級の関係は、

$$m = m_0 - \frac{5}{2} \log \left(\frac{f}{f_0} \right), \quad (2.18)$$

$$M = m_0 - \frac{5}{2} \log \left(\frac{F}{f_0} \right), \quad (2.19)$$

の辺々を引き算して、

$$\begin{aligned} M - m &= -\frac{5}{2} \log \left(\frac{F}{f} \right) \\ &= -\frac{5}{2} \log \left(\frac{r^2}{10^2} \right) \\ &= 5 - 5 \log(r), \end{aligned} \quad (2.20)$$

となる。ここで、 M は本当の明るさ (絶対等級) であり、 m は見かけの明るさ (観測した見かけの等級) であり、 d はその天体までの距離である。また、図 2.5 より、

$$f = \frac{L}{4\pi r^2}, \quad (2.21)$$

$$F = \frac{L}{4\pi R^2}, \quad (2.22)$$

の関係式と、かつ、絶対等級の定義である、 $R = 10 \text{ pc}$ を使った。距離の単位は pc (パーセク) である。結局、 r を d に置き換えて、

$$M = m + 5 - 5 \log(d), \quad (2.23)$$

と表せる。

2.6 標準光源 — セファイドで距離を測る

ある天体の絶対等級 M が分かっている場合、その見かけの明るさ m を観測から求めると、その天体までの距離 d は、式 (2.23) を使って、

$$d = 10^{0.2(-M+m+5)} \text{ pc}, \quad (2.24)$$

と計算できる。このように、絶対等級 (あるいは絶対光度) が分かっている天体があれば、その天体は宇宙の距離を測定する場合の目安になり得る。このような天体を**標準光源**という。以下では、もっとも良く使われ、かつ、信頼性の高い標準光源である**セファイド** (ケフェウス型変光星) について述べる。

2.6.1 セファイドの性質

セファイド (Cepheid) は、一群の変光星の総称である。その代表的な例がケフェウス (Cepheus) 座 β 星であることから、セファイドという名前が付いた。セファイドがどのような進化経路をたどって来たかは、星の進化の章で説明するが、距離を決定するという意味で重要な性質をまとめると以下のようなになる。

1. セファイドは周期的に明るさが変化する。時間平均した光度を平均光度と呼び、平均光度をセファイドの明るさと定義する
2. 周期はいろいろあり、数日〜数百日
3. 太陽近傍セファイドの距離を年周視差から決定し、その絶対光度を求めてみると、絶対光度の明るいセファイドほど周期が長い、**周期-光度関係**があることが判明

2.6.2 セファイドで距離を測る

この周期-光度関係を使うと、セファイドの周期を測ることにより、その天体の本当の明るさ、すなわち、絶対光度が分かる。絶対光度と観測した見かけの明るさが分かれば、式 (2.24) より、その天体までの距離が判明する。つまり、手続きは、

1. セファイドは明るいので、遠くまで見える。
2. 遠くの銀河などに存在するセファイドの周期を観測する。
3. 周期から、本当の明るさ (絶対等級) がわかる。
4. 見かけの明るさと本当の明るさの関係からセファイドまでの距離が式 (2.24) より、分かる。

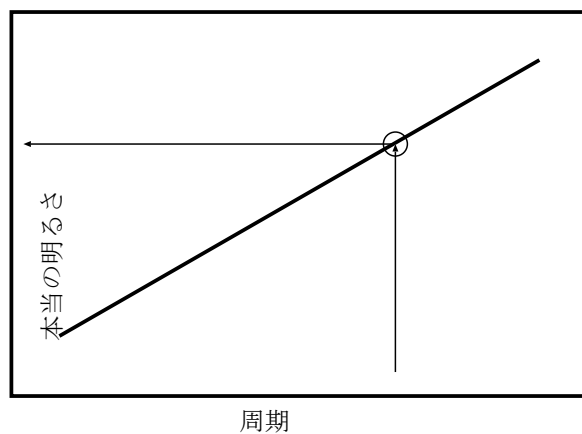


図 2.6: セファイドの周期-光度関係

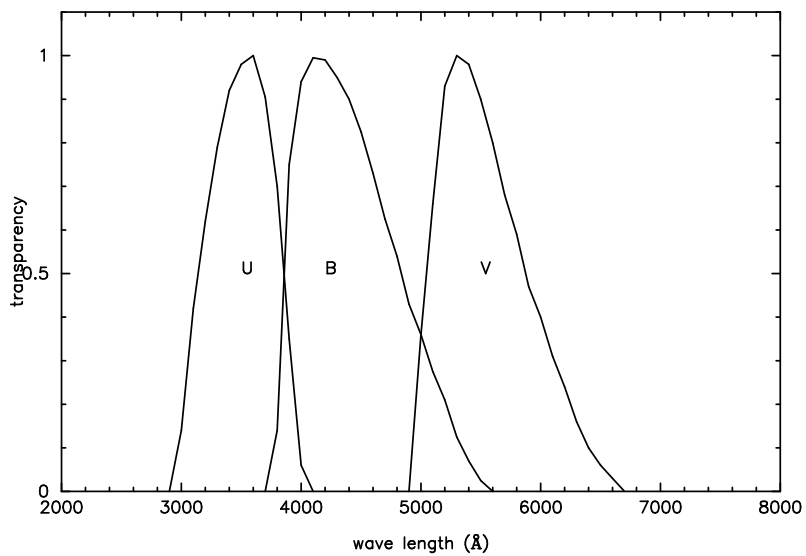


図 2.7: UBV 三色測光フィルターの特性。縦軸は光の透過率、横軸は波長を \AA (オングストローム)の単位で表した

2.7 U, B, V — 3色測光

天体の性質を明らかにするために、紫外線 (ultraviolet)、青い光 (blue light)、黄緑色の光 (visual light) に感度を持つ、3つのフィルターを使って、天体の明るさを測定する。この3つのフィルターを使って測った天体の明るさを、絶対 B 等級 M_B とか、見かけの V 等級 m_V とかの様に、添字をつけて表す。この場合、

$$M_B = m_B + 5 - 5 \log(d), \quad (2.25)$$

$$M_V = m_V + 5 - 5 \log(d), \quad (2.26)$$

となるので、辺々引き算すると、

$$M_B - M_V = m_B - m_V, \quad (2.27)$$

となる。ここで、だいじなのは一旦引き算してしまうと、距離の項がなくなり、絶対等級でも、見かけの等級でも、値そのものは同じであるということである。このため、B 等級と V 等級の差は一般に、

$$B - V \equiv M_B - M_V = m_B - m_V, \quad (2.28)$$

と表す。星などの色を表すので、 $B - V$ は**色指数** (color index) と呼ばれる。 $(B - V$ の原点は、スペクトルによる分類で A0 型とみなせる星で、 $B - V = 0$ となるように決められている。)

縦軸に星の絶対等級、横軸に星の色指数をとって、プロットしたものを、最初にこのような図を作った二人の人の頭文字をとって**HR 図** (または、**ヘルツシュプリング-ラッセル図**) という。星の性質や、星の進化を論じる上で非常に重要な図である。太陽近傍 25pc 以内の星をプロットした HR 図を図 2.8 に示す。

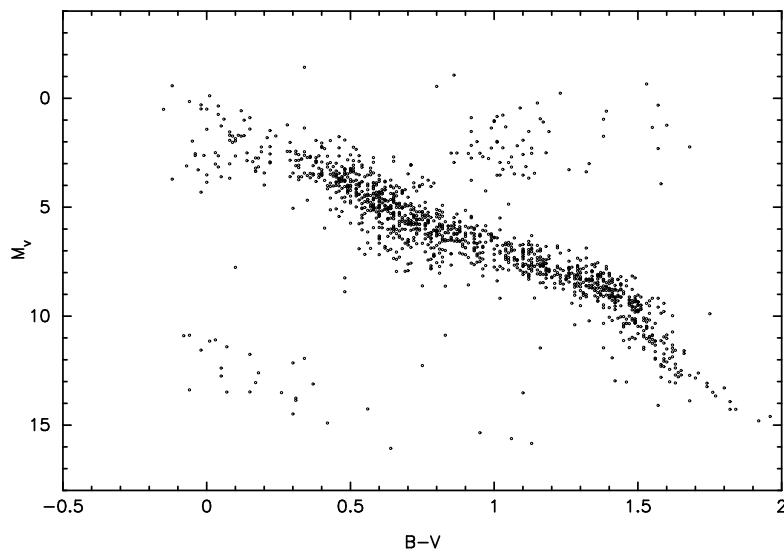


図 2.8: 太陽近傍 25pc 以内の星の HR 図。星は一様に分布しているのではない。左上から、右下に帯状に延びるのを主系列といい、その上に来る星を主系列星という。また、右上に分布する星は赤色巨星。左下に分布する星は白色矮星である。HR 図中のこれらの星の意味は以降の章、星の構造と進化で説明される。

第3章 天体からの情報

天体からの情報は、電磁波として地球に届く。電磁波以外では、太陽ニュートリノと超新星からのニュートリノが実際に受かっているが、重力波はまだである。

3.1 電磁波の波長とスペクトル

ここで、取り扱う電磁波はその波長の短いものから、ガンマ線 ($0 \sim 0.1 \text{ \AA}$)、X線 ($0.1 \text{ \AA} \sim 100 \text{ \AA}$)、紫外線 ($100 \text{ \AA} \sim 4000 \text{ \AA}$)、可視光 ($4000 \text{ \AA} \sim 7000 \text{ \AA}$)、赤外線 ($7000 \text{ \AA} \sim 1 \text{ mm}$)、ミリ波 ($1 \text{ mm} \sim 1 \text{ cm}$)、マイクロ波 ($1 \text{ cm} \sim 10 \text{ cm}$)、電波 ($10 \text{ cm} \sim \infty$) である。天体からの電磁波を、周波数 (あるいは波長) ごとに分けて、エネルギー・フラックスの分布を見ることをスペクトル分解という。この分布そのものをスペクトルとよぶ。

3.2 連続スペクトルと線スペクトル

ある程度広い波長領域に渡って、だらだらと分布しているスペクトルを連続スペクトル、極狭い領域に針のように鋭く分布しているものを、線スペクトルという。線スペクトルには、エネルギー・フラックスが周りよりも、大きいものを輝線、小さくなっているものを吸収線という。以下で出て来る黒体放射は連続スペクトルであり、バルマー線などは輝線の場合も吸収線の場合もある。

3.3 黒体放射スペクトル

太陽のような星からの放射は、**黒体放射 (black-body) スペクトル**で近似できる。ここで、黒体放射スペクトルとは、放射と、温度が T であるような物質のあいだで熱平衡が成り立っている時の放射場のスペクトルである。(耳の穴に入れる体温計が最近販売されるようになったが、この体温計の原理は、耳の穴の中に充満している人間の体温の黒体放射を計っているのである。) 温度 T のみの関数として、単位時間、単位面積、単位立体角あたり、振動数 ν と $\nu + d\nu$ の間にくるエネルギーの量 (エネルギー・フラックス) が、

$$B_\nu(T)d\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{d\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (3.1)$$

と表せる。この $B_\nu(T)$ をプランク (Planck) 分布ともいう。ここで、 ν は電磁波の周波数であり、波長 λ との間に、

$$\nu = c/\lambda, \quad (3.2)$$

の関係がある。なぜ、上記の式が出て来るかを理解するには熱力学、統計力学、量子力学などの基礎を理解する必要があるので、ここでは太陽のような恒星の放射スペクトルは黒体放射スペク

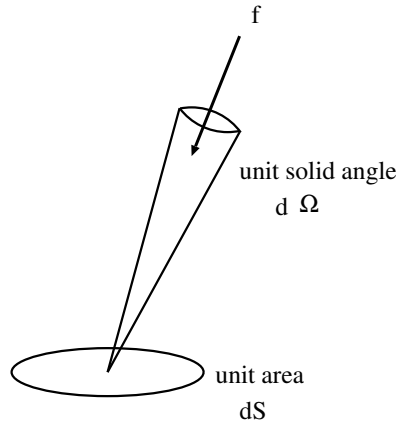


図 3.1: 単位面積に単位時間のうちに、ある単位立体角の方向から入って来る、あるいは出て行く、エネルギーをエネルギー・フラックス (energy flux) という。微小面積を dS で、微小立体角を $d\Omega$ で表すことが多い。

トルで近似できて、その黒体輻射スペクトルは上の様な簡単な式で表すことができる、ということのみを覚えておいて欲しい。式そのものは覚える必要はない。なお、 h はプランク定数、 k はボルツマン定数であり、 $\exp(x)$ は e^x のことである。

温度 T の物体表面から、この温度に対応した黒体輻射が出ているとする。このプランク分布をすべての振動数および上半面の立体角 $d\Omega$ に対して積分すると、

$$\begin{aligned}
 f &= \int_{\Omega} d\Omega \int_0^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu \\
 &= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta \int_0^{\infty} \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{d\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} \\
 &= \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \left(\frac{\pi^4}{15}\right) \\
 &= \sigma T^4,
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

のステファン・ボルツマンの式を得る。ここで

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}, \tag{3.4}$$

をステファン・ボルツマン定数という。(立体角についての積分は、図 18.4 を参照のこと。また、 $\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$ である。) この式の意味は、単位面積から出て来る全エネルギー・フラックス(全ての波長にわたる積分)は、温度の 4 乗に比例するということである。半径 R の星のスペクトルが黒体輻射で近似できるとして、その温度が T であるとき、この星の表面積が $4\pi R^2$ であるから、この星から単位時間に出て来るエネルギーの総量は

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4, \tag{3.5}$$

となる。この単位時間に出て来るエネルギーの総量を**光度**ともいう。

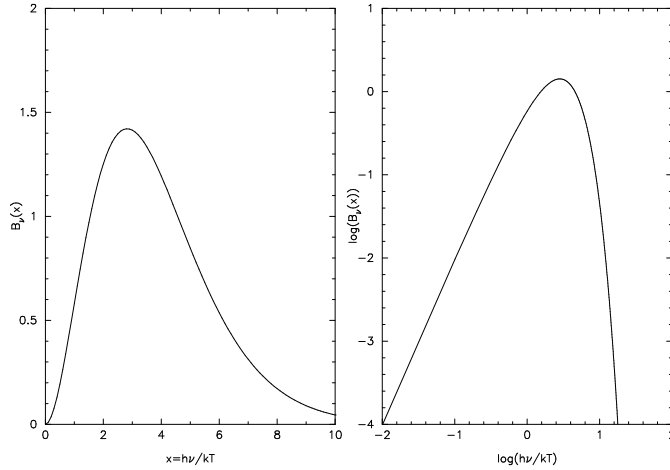


図 3.2: プランクの黒体輻射分布関数。左図は、縦軸が黒体輻射分布 $B_\nu(T)$ を、横軸が $x = h\nu/kT$ をとっている。右図は、縦軸、横軸共に、それらの常用対数 (\log) をとったもの

3.4 色指数 (星の色) と温度

星からの放射 (輻射) がプランク分布で表せる場合は、色指数 $B - V$ から、星の温度 T を一義的に決定できる。例えば、図 3.3 のように B バンド ($0.44\mu\text{m}$) と V バンド ($0.55\mu\text{m}$) の輻射強度を $f_B = B_{\nu=B}(T)$, $f_V = B_{\nu=V}(T)$ とすると、(2.18) 式より分かるように、ほぼ

$$B - V \approx \frac{5}{2} (\log(f_V) - \log(f_B)), \quad (3.6)$$

として表せる。黒体輻射の温度が上がるにつれて、 $B - V$ の値が小さくなって行くのが見て取れるであろう。表 3.1 に実際の星のスペクトル型、表面温度、色指数の関係を与えてある。なお、ここで対数 \log は 10 を底とする常用対数である。

3.5 水素のライマン、バルマー系列

宇宙の中に存在する元素で、もっとも多いものは水素である。水素原子は、陽子の周りを電子が 1 個回っている。この電子の軌道は量子化されていて (跳びとびの値しかとれない)、一番内側の軌道から順番に 1, 2, 3, ... と番号がついている。たとえば、 n 番目の軌道から 1 番目の軌道へ電子が落ち込む時に、そのエネルギー差に対応して、

$$E_n - E_1 = |E_1| \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) = h\nu, \quad (3.7)$$

と振動数 ν の光子が 1 個放出される。光子が放出される場合は、輝線となり、逆に $n = 1$ から $n = 2, 3, \dots$ へ電子がたたきあげられる場合は、吸収線となる。一般に、 $n = 2, 3, 4, \dots$ から、 $n = 1$ に落ちる場合、あるいは逆に $n = 1$ からたたきあげられる場合、この系列を水素のライマン系列と呼ぶ。波長の長い方から、 $\text{Ly}\alpha$ (1215\AA), $\text{Ly}\beta$ (1026\AA), ... と名前がついている。 $n = \infty$

スペクトル型	温度 (K)	色指数 ($B - V$)
B0	29000	-0.3
B5	15000	-0.16
A0	9600	0.0
A5	8300	0.15
F0	7200	0.33
F5	6600	0.45
G0	6000	0.60
G5	5600	0.68
K0	5300	0.81
K5	4400	1.15
M0	3900	1.4
M5	3300	1.6

表 3.1: 温度と色指数の関係

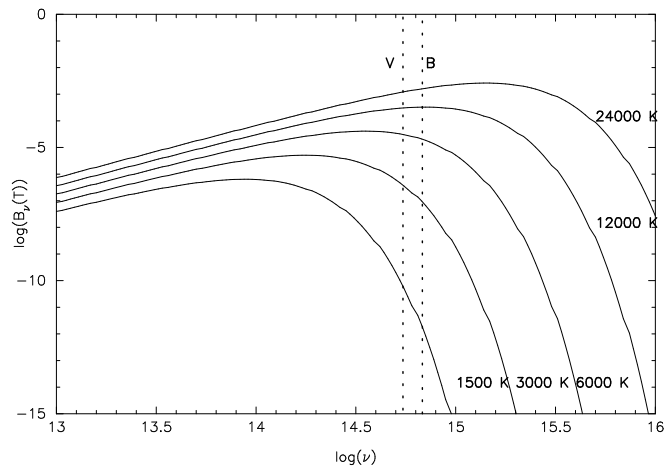


図 3.3: プランク分布関数と色指数 $B - V$ の関係。 $B - V$ の値が小さいほど温度が高く、青い星に見える

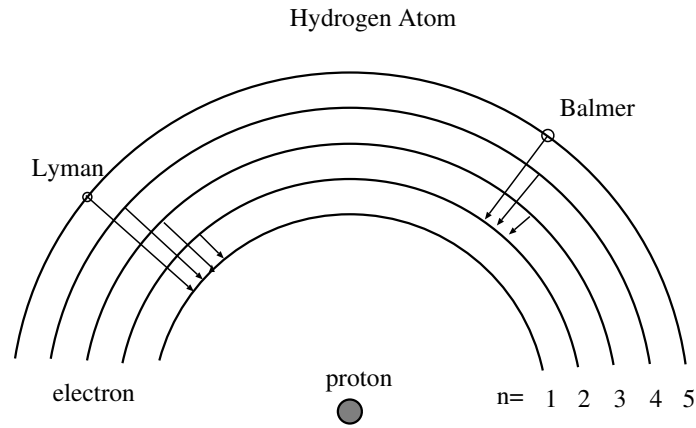


図 3.4: 水素原子は、陽子とそのまわりを回る電子からなる。量子力学の粒子の波動性から、電子は特定の軌道しかとることが出来ず、エネルギーの低い内側の軌道から順番に、 $n = 1, 2, 3, \dots$ と番号をつける。 n を主量子数とよび、原子のエネルギーは、 $-\frac{1}{n^2}$ に比例する。

の極限で、線スペクトルが連続スペクトルに移行するところをライマン・エッジと呼ぶ。ライマン系列は、紫外線の領域にくる。

$$E_n - E_2 = |E_1| \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) = h\nu, \quad (3.8)$$

のように、 $n = 3, 4, 5, \dots$ から、 $n = 2$ に落ちる場合の系列を水素のバルマー系列という。この系列も波長の長い方から、 $H\alpha$ (6563\AA), $H\beta$ (4861\AA), ... と名前がついている。 $n = \infty$ の極限で、線スペクトルが連続スペクトルに移行するところをバルマー・エッジと呼ぶ。バルマー系列はライマン系列よりエネルギーが低いので、可視光の領域にくる。ここで、 $|E_1|$ は水素原子の電離エネルギーで、 13.6 eV であり、これより、ライマン・エッジは、

$$\lambda_{\text{Lyman}} = \frac{hc}{|E_1|} = \frac{6.6261 \times 10^{-27} \cdot 2.9979 \times 10^{10}}{13.6 \times 1.6022 \times 10^{-12}} = 911.6\text{\AA}, \quad (3.9)$$

となり、バルマー・エッジは

$$\lambda_{\text{Balmer}} = \frac{4hc}{|E_1|} = \frac{4 \cdot 6.6261 \times 10^{-27} \cdot 2.9979 \times 10^{10}}{13.6 \times 1.6022 \times 10^{-12}} = 3647\text{\AA}, \quad (3.10)$$

にくる。ライマン・エッジに対応する波長よりも短い紫外線が中性水素原子にあたると電子を電離して、ガスがプラズマ状態なる。このような場所は HII 領域と呼ばれ、星形成領域の目印となる。

3.6 温度とエネルギーの熱い関係

天体の温度と、そこから来る輻射の波長は密接に関係している。その関係式は、黒体輻射の式 (3.1) を振動数から、波長の式に変換すると、単位時間、単位面積、単位立体角あたり、波長 λ と $\lambda + d\lambda$ 間にくるエネルギーが、

$$B_\lambda(T)d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{d\lambda}{\exp(hc/kT\lambda) - 1}, \quad (3.11)$$

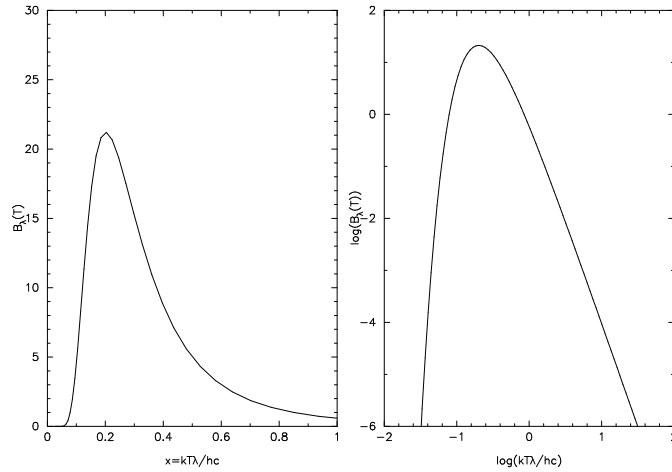


図 3.5: 波長で見たプランク分布関数。左図は縦軸・横軸共に、リニアスケール。右図は縦軸・横軸共に、対数スケールである

で与えられる。ピークが図 3.5 より分かるように、

$$x = \frac{kT\lambda}{hc} \approx 0.2, \quad (3.12)$$

で与えられるので、黒体輻射のピークの波長は、星の温度が分かると、

$$\lambda (\text{\AA}) = \frac{2.9 \times 10^7}{T}, \quad (3.13)$$

のウィーンの変位則で与えられる。実際、太陽の表面温度は、約 6000K だから、中心波長は 4800\AA となり、これは、バルマー系列の $H\beta$ の波長の近くに対応している。ライマン系列の紫外線が多く出て来るためには、星の温度が 2 万度以上になる必要があることもわかるであろう。温度が非常に低い天体は、可視光ではなく赤外線でエネルギーを放出しているし、もっと温度が低くなると、サブミリ波やミリ波で放出するようになる。

3.7 ガンマ線を出す天体

ガンマ線を出す天体のうちでもっとも面白いものは、ガンマ線バースターと呼ばれている。長いあいだ、その正体が分からず、宇宙科学における大きな謎のひとつであったが、その正体の一部がごく最近明らかになってきた。大質量星の一生の最後におこる超新星爆発に付随する現象であることが観測的に証明されたのである。また、これらとはべつの種類に属するものとして、二つの中性子星が合体しているのではないかということを示唆する観測結果もハッブル宇宙望遠鏡によって得られている。ガンマ線 (0.1\AA 以下の波長) を出す天体の温度は、少なくとも 1 億度以上の温度になっていると考えられる。

3.8 X線を出す天体

X線 ($100 \text{ \AA} - 0.1 \text{ \AA}$ の波長) を出す天体の温度は、10 万度から 1 億度くらいである。近くでは、太陽コロナがある。太陽コロナは百万度程度まで熱せられている。また、中性子星表面のような重力の強い場所では、その重力の強さのためにガスが圧縮されて、数百万度以上になっている。その他にも、超新星の爆発とともに飛び散った物質が周りの星間ガスと衝突して衝撃波が発生し、高温になると X 線を出す。また、銀河団 (cluster of galaxies) の中に存在する高温ガスからの X 線も受かっている。

3.9 紫外線を出す天体

1 万度から 10 万度程度の高温の星からは、紫外線が主に放出される。また、中心にある高温の天体 (白色矮星) に照らされて、惑星状星雲のようなネビュラ (nebula) と呼ばれるガス状天体からも、紫外線が放出される。

3.10 赤外線を出す天体

温度が 2000 K よりも低い天体からの輻射。星になるまえの原始星の段階。あるいは、原始星のまわりの降着円盤など。また、3 K 宇宙背景輻射の一部としても受かっている。

3.11 ミリ波を出す天体

星間雲などの、温度の非常に低い ($T = 10\text{K} \sim 100\text{K}$) 物質の中の分子などの回転準位、あるいは振動準位の変化に対応して放出される。3 K 宇宙背景輻射の一部。

3.12 電波 (マイクロ波) を出す天体

天体の温度とは無関係の非熱的な起源のものが多い。例えば、パルサーのように天体の周りに磁場があると電子が磁力線に絡み付いてシンクロトロン放射を出す。その他にも、天体に磁場がある場合に出て来る。3 K 宇宙背景輻射の一部。

3.13 天体の速度とドップラー効果

天体が運動している場合には、ドップラー効果によって、スペクトルがずれる。ずれの大きさは、天体の速度が光速に比べて小さい場合は、

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = 1 + \frac{v}{c} \equiv 1 + z, \quad (v \ll c) \quad (3.14)$$

となり、光速と同じ程度の場合は、特殊相対性理論の効果 (ローレンツ短縮) がはいてくるので、

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \equiv 1 + z, \quad (v \sim c) \quad (3.15)$$

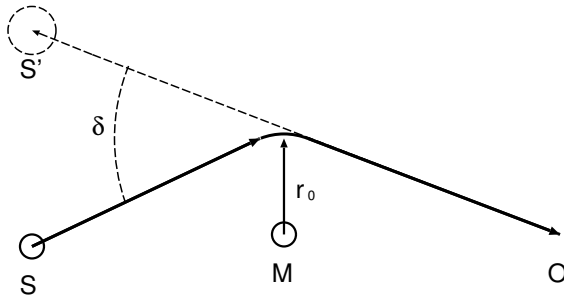


図 3.6: 重力レンズ効果：重力で光の道筋が曲げられる

となる。ここで、 z は赤方偏移 (red shift) をあらわす。例えば、 $z = 1$ で $v/c = 0.6$ 、 $z = 3$ で $v/c = 0.8$ である。

3.14 重力レンズ効果

一般相対論の効果により、光の道筋が曲げられる現象。非常に強い重力場があると、光の進路はその重力場によって曲げられる。光の折れ曲がりの角度 δ は、

$$\delta = \frac{4GM}{c^2 r_0}, \quad (3.16)$$

となる。ここで、 r_0 は光路が重力源にもっとも近づく距離である。

最近、ハッブル宇宙望遠鏡の活躍などにより、たくさんの重力レンズ効果が発見されている。重力レンズ効果は**見えない質量 (dark matter)** などの存在を示唆していると同時に、宇宙における重力源の分布に関するいろいろな情報を提供しつつある。

3.15 望遠鏡の分解能

可視光や赤外線の望遠鏡の分解能とは、天球上で、ある角度はなれたふたつの点を分解できる (見分けることができる) かどうかで決められる。望遠鏡の主鏡の直径を D として、光の波長を λ とすると、分解能 $\delta\theta$ は、

$$\delta\theta = 2.44 \frac{\lambda}{D}, \quad (3.17)$$

で与えられる。(単位はラジアン。) 現在、世界で一番大きいケック (Keck) 望遠鏡 (36 枚の合成鏡) は、直径約 10 m だから、

$$\delta\theta = 2.44 \frac{\lambda}{D} = 2.44 \frac{4000 \text{ \AA}}{10 \times 10^{10} \text{ \AA}} = 9.8 \times 10^{-8} \text{ rad} = 0.02 \text{ arcsec}, \quad (3.18)$$

となる。しかし、大気の揺らぎは 1 arcsec (秒角) 以上あるので、地上の大きな望遠鏡で、その分解能いっぱいの観測はできない。大気の揺らぎのない宇宙空間に上げられたハッブル宇宙望遠鏡は、主鏡の大きさが 2.4 m であるが、大気の揺らぎがないのでその分解能 0.08 秒角いっぱいの観測ができる。

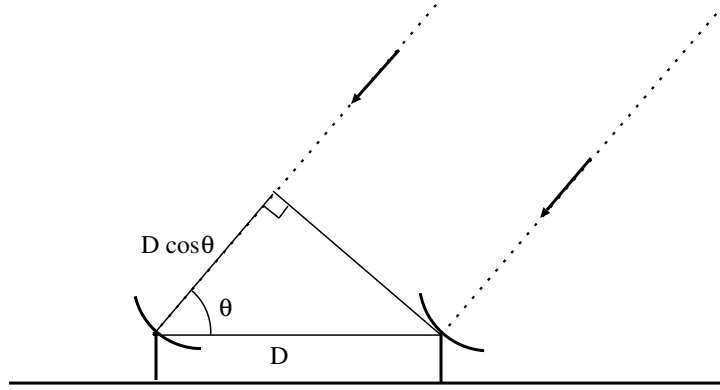


図 3.7: 超長基線干渉計: 天体から届く電波は、二つの電波望遠鏡 (アンテナ) に位相差 $2\pi D \cos \theta / \lambda$ で入る。位相差が π の偶数倍 ($2\pi D \cos \theta / \lambda = 2\pi n$) のとき電波は強め合い、位相差が π の奇数倍 ($2\pi D \cos \theta / \lambda = 2\pi n + \pi$) のとき弱め合う。

3.16 電波干渉計 (開口合成望遠鏡)

電波は、光などに比べて波長が長いので、単体の望遠鏡としての分解能は落ちる。しかし、(複数のアンテナを使って電波を干渉させる) 開口合成望遠鏡により、光よりも分解能の高い観測がなされている。地球規模、あるいは地球と宇宙空間の間に置かれた二つ以上のミリ波電波望遠鏡を使えば、

$$\delta\theta = \frac{\lambda}{D} = \frac{2.6 \text{ mm}}{3 \times 10^{10} \text{ mm}} \sim 1 \times 10^{-10} \text{ rad} = 0.00002 \text{ arcsec}, \quad (3.19)$$

の分解能が達成可能である。

干渉計の分解能は以下のようにして理解できる。(図 3.7 を参照。) まず、A 天体の角度が θ であり、B 天体の角度が θ' であるとする。A 天体と B 天体を区別できるとは、A 天体から干渉計のアンテナの角度を B 天体に向けて傾けていった時、信号が A 天体の角度 θ で強く、それから次第に弱くなり、また、B 天体の角度 θ' に近づくにつれて、強くなる場合である。(同じような強さだと区別できない。) 電波は波長が λ の波としてアンテナに受信されるので、電場の強さはその強弱が山谷となって信号に変換される。仮に、最初は二つのアンテナに入る電波 (ここでは平面波とする) の位相がそろっているとすると、二つのアンテナにはいる電波の強さは山と山、谷と谷、という順番で受かるので、その二つの信号が合成され、信号はより強まる。二つのアンテナ傾けて行くにつれて、 θ が変化するので、 $D \cos \theta / \lambda$ だけ、電波の位相がずれていく。この位相差がゼロ (あるいは整数倍) からずれていき、0.5 (あるいは半整数) に近付くと、二つのアンテナにはいる電波の強さの山と谷が重なり合い、合成された信号は弱まる。さらに傾けていくと、今度は 1 (あるいは整数倍) になるので、ふたたび山と山が重なり、合成された信号は強くなる。したがって、二つの天体を分離するには、少なくとも一度、合成された信号が強め合い、次に、山と谷で、弱め合い、さらに山と山で強め合う、という 1 サイクル (つまり、位相差 2π) に相当する分変化して (離れて) いなければならない。つまり、 $D \cos \theta / \lambda = 1$ の時が、分離可能な最小限界となる。いま、 $\theta' = \theta + \Delta\theta (> 0)$ とおけば、図 3.7 より、

$$D \cos \theta - D \cos(\theta + \Delta\theta) = \lambda, \quad (3.20)$$

となり、 $\cos(\theta + \Delta\theta) = \cos\theta - \sin\theta\Delta\theta + \dots$ を使えば、

$$D \sin\theta \cdot \Delta\theta = \lambda, \quad (3.21)$$

を得る。天頂付近を使えば、 $\sin\theta \approx 1.0$ なので、式 (3.19) となる。

3.17 大気による吸収および大気のゆらぎ

われわれは、地球大気の底にいる。地球大気により、ガンマ線、X線、赤外線などは吸収を受けて地上まで届かない。大気の吸収を受けずに地上まで到達する電磁波の波長は、可視光、赤外線の一部、ミリ波より波長の長い電波などである。大気の吸収を受けずに、地上まで届く波長帯を、**大気の窓** と呼ぶ。これら以外の波長帯、ガンマ線、X線、赤線の大部分、あるいは、電離層で反射される長波長の電波などで観測を行う場合は、大気の外へ出なければならない。このために人工衛星に各種観測機器を載せて大気圏外へ出る必要がある。また、大気は可視光などに対しては透明だが、大気の揺らぎなどで望遠鏡の性能を妨げている。ハッブル宇宙望遠鏡は、この大気の揺らぎに邪魔されないために、大気圏外へ出た。

第4章 星の構造とエネルギー源

星は、自分自身の重力(これを自己重力という)でかたまつたガスからなる天体である。太陽のような星はほぼ球対称とみなすことができるので、密度(ρ)や温度(T)などの物理量は、中心からの距離(r)のみの関数として表すことができる。

星の構造は、連続の式、重力を求めるポアソン(Poisson)方程式、さらに、圧力勾配と重力の釣り合いの式、これを解くために圧力と密度の関係を与える気体の状態方程式などを使って求めることができる。いま、ある半径 r の位置での密度を ρ とし、この半径より内側に入っている質量を M_r で表すとすると、 r と $r + dr$ の間に入っている質量は、 $\rho 4\pi r^2 dr$ だから、

$$M_{r+dr} - M_r = \rho 4\pi r^2 dr, \quad (4.1)$$

となり、両辺を dr で割り、 $dr \rightarrow 0$ とすれば、**連続の式**

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \quad (4.2)$$

を得る。この積分は、

$$M_r = \int_0^r 4\pi r^2 \rho dr, \quad (4.3)$$

となる。

重力ポテンシャルは、単位質量あたりの重力エネルギー(位置エネルギー)として定義される。重力ポテンシャルを半径 r で微分して、マイナス符号を付けると単位質量あたりの重力になる。つまり、

$$\text{単位質量あたりの重力} = -\frac{d\phi}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}, \quad (4.4)$$

とおける。重力は距離の逆自乗に比例することを思い起こして欲しい。この右側の両辺に $-r^2$ を掛け、さらに r で微分すると、

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = G \frac{dM_r}{dr} = 4\pi G r^2 \rho, \quad (4.5)$$

となり、さらに両辺を r^2 で割ると、

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = 4\pi G \rho, \quad (4.6)$$

のポアソン(Poisson)方程式が得られる。

今、半径 r と $r + \Delta r$ に挟まれた部分の「重力と圧力勾配の釣り合い」を考える。この体積の中に入っている質量は、

$$\Delta m = \rho 4\pi r^2 \Delta r, \quad (4.7)$$

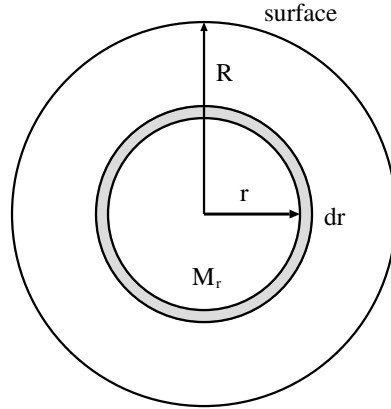


図 4.1: 球殻に働く力とその釣り合い

となるので、この物質に働く全体の重力は下向きなので負の符号をつけて、

$$-\rho 4\pi r^2 \Delta r \frac{GM_r}{r^2}, \quad (4.8)$$

となる。半径 r の下面に作用する圧力は上向き (符号はプラス) で、

$$+P(r)4\pi r^2, \quad (4.9)$$

となり、半径 $r + \Delta r$ の上面に作用する圧力は下向き (符号はマイナス) で、

$$-P(r + \Delta r)4\pi r^2, \quad (4.10)$$

となる。したがって、3つの力は釣り合って合計としてゼロになるので、

$$-P(r + \Delta r)4\pi r^2 + P(r)4\pi r^2 - \rho 4\pi r^2 \Delta r \frac{GM_r}{r^2} = 0, \quad (4.11)$$

の関係が成り立つ。ここで、両辺を $4\pi r^2 \Delta r$ で割って、 $\Delta r \rightarrow 0$ の極限をとると、下のような微分方程式が得られる。

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{GM_r}{r^2}. \quad (4.12)$$

これを釣り合いの式、あるいは**力学平衡の式**と呼ぶ。連続の式と力学平衡の式、つまり、式 (4.2) と式 (4.12) と、さらに圧力 (P) と密度 (ρ) の関係をあたえる**状態方程式**、

$$P = \frac{kT}{\mu H} \rho, \quad (4.13)$$

があれば、星の構造を解くことができる。ここで、 μ は平均分子量、 H は水素原子の質量、 T は絶対温度 (単位は K)、 k はボルツマン定数である。

4.1 密度一定の星

太陽のような恒星は、中心部ほど密度が高く、周辺部は密度が低い。しかし、ここでは密度が一定の場合を考える。密度一定と仮定すると上記の微分方程式が解析的に解けるからである。密度一定なので、連続の式は、

$$M_r = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho, \quad (4.14)$$

となり、星全体の質量を M 、星の半径を R と置けば、

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho, \quad (4.15)$$

となる。さらに、釣り合いの式は、

$$P - P_c = -\frac{2}{3}\pi r^2 G \rho^2, \quad (4.16)$$

と積分できる。ここで、 P_c は星の中心の圧力である。星の表面 $r = R$ で圧力はゼロになるから、

$$P_c = \frac{2}{3}\pi R^2 G \rho^2, \quad (4.17)$$

となり、圧力分布は、

$$P = \frac{2}{3}\pi G \rho^2 (R^2 - r^2), \quad (4.18)$$

と求まる。式 (4.15) を使って、 ρ を消去すると、中心の圧力は、

$$P_c = \frac{3}{8\pi} \frac{GM^2}{R^4}, \quad (4.19)$$

と書け、状態方程式を使えば、中心部の温度は、

$$T_c = \frac{\mu H}{k} \frac{1}{2} \frac{GM}{R}, \quad (4.20)$$

と書ける。この式を使って、太陽のような星の中心温度を実際に求めてみる。平均分子量は、水素のプラズマを考えると、同数の水素原子核（陽子）と電離された電子からなるので、粒子の個数は2で、電子の質量は陽子の質量に比べて無視できるので、 $\mu_H = (1.0 + 0.0)/2 = 0.5$ となる。ヘリウムについては、電子が2個電離されて出てくるので、 $\mu_{He} = (4.0 + 0.0 + 0.0)/3 = 4/3$ となり、それより重い重元素の場合は、陽子の数 (N) と中性子の数 (N) がほぼ同じとすると、 $\mu_{重} = (2N + 0.0 \cdot N)/(1 + N) \approx 2$ となる。水素の重量比率を X とし、ヘリウムの重量比率を Y とし、それより重い元素の重量比率を Z とする。太陽の場合は、 $X = 0.7$, $Y = 0.28$, $Z = 0.02$ となるので、全圧は各成分の分圧の和となることを使えば、

$$\frac{kT\rho}{\mu H} \equiv P_{\text{total}} = P_H + P_{He} + P_{重} \equiv \frac{kT\rho X}{\mu_H H} + \frac{kT\rho Y}{\mu_{He} H} + \frac{kT\rho Z}{\mu_{重} H}, \quad (4.21)$$

とおけるので、両辺を $kT\rho/H$ で割れば、

$$\frac{1}{\mu} = \frac{X}{\mu_H} + \frac{Y}{\mu_{He}} + \frac{Z}{\mu_{重}}$$

$$= 2 \cdot X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2} \cdot Z = \frac{1}{0.617}, \quad (4.22)$$

$$T_c = \frac{0.617 \cdot 1.66 \times 10^{-24}}{1.38 \times 10^{-16}} \frac{1}{2} \frac{6.67 \times 10^{-8} \cdot 1.99 \times 10^{33}}{6.96 \times 10^{10}} = 0.74 \times 10^7 \text{ K}, \quad (4.23)$$

となる。実際の太陽の中心温度は、約1千5百万度である。この差は、実際の太陽が中心ほど密度が高く、密度一定という仮定からずれていること、また、現在の太陽の中心部では核融合反応が進んで、ヘリウムの量が、 $X = 0.36$, $Y = 0.62$ と増えているので、中心部での平均分子量が $\mu = 0.84$ になっていることなどによる。

4.2 星の重力エネルギーと熱エネルギー

ポアソン方程式 (4.6) を密度一定の星の場合に積分すると、星の外側では、密度がゼロと置けるので、 C を積分定数として、

$$r^2 \frac{d\phi}{dr} = C = \text{constant}, \quad (4.24)$$

となり、星の内側では、 D を積分定数として、

$$r^2 \frac{d\phi}{dr} = \frac{4}{3}\pi G\rho r^3 + D, \quad (4.25)$$

となる。星の中心部 ($r = 0$) でポテンシャルの微分がゼロになることを使えば、 $D = 0$ となる。したがって、上の2つの式をさらに積分して、星の外部では、

$$\phi = -\frac{C}{r} + C_1, \quad (4.26)$$

となり、星の内側では、

$$\phi = \frac{2}{3}\pi G\rho r^2 + D_1, \quad (4.27)$$

となる。重力ポテンシャルは、無限遠 ($r = \infty$) でゼロになることを使えば、 $C_1 = 0$ となる。また、星の表面 ($r = R$) で、重力ポテンシャルの微分と値そのものが一致する必要があることから、

$$\left. \frac{d\phi}{dr} \right|_{\text{outside}} = \frac{C}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho R = \left. \frac{d\phi}{dr} \right|_{\text{inside}}, \quad (4.28)$$

より、

$$C = \frac{4}{3}\pi G\rho R^3 = GM, \quad (4.29)$$

となり、さらにこれを使って、

$$\phi|_{\text{outside}} = -\frac{4}{3}\pi G\rho R^2 = \frac{2}{3}\pi G\rho R^2 + D_1 = \phi|_{\text{inside}}, \quad (4.30)$$

となる。ここで、 $|_{\text{inside}}$ は内部解を、 $|_{\text{outside}}$ は外部解を表す。これより、

$$D_1 = -2\pi G\rho R^2, \quad (4.31)$$

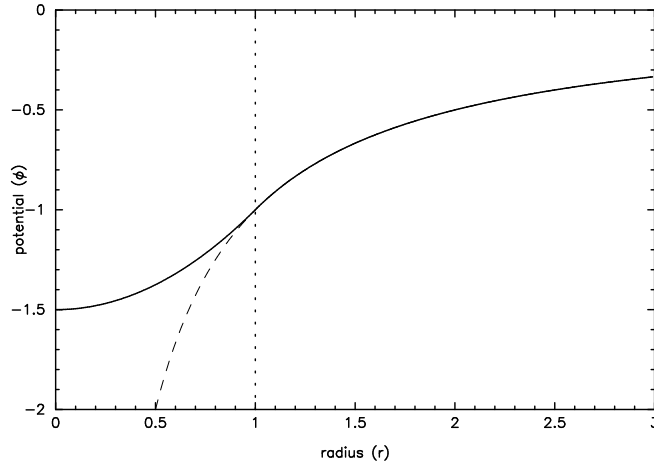


図 4.2: 密度一様の星の重力ポテンシャル。星の半径 $R = 1$ 、質量 $M = 1$ 、重力定数 $G = 1$ とした場合の値を示した。破線は、外部の解 ($\phi = -GM/r$) が内部まで続くとした時の値である。

となるので、重力ポテンシャルは、星の外部では、

$$\phi = -\frac{GM}{r}, \quad \text{for } r \geq R \quad (4.32)$$

星の内部では、

$$\phi = -\frac{2\pi}{3}G\rho(3R^2 - r^2), \quad \text{for } r < R \quad (4.33)$$

と書ける。

この場合、星の重力エネルギーは、

$$W = \frac{1}{2} \int_0^R \rho \phi 4\pi r^2 dr = - \int_0^R \frac{4\pi^2}{3} G\rho^2 (3R^2 r^2 - r^4) dr = -\frac{16}{15}\pi^2 G\rho^2 R^5 = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}, \quad (4.34)$$

となる。重力で自分自身が固まっている地球や、太陽のような天体の重力エネルギーを計算する場合は、積分の前に $1/2$ のファクターが付く。(この理由については、後の Q&A の章を見て欲しい。)

粒子 1 個あたりの熱エネルギーは、

$$\frac{3}{2}kT, \quad (4.35)$$

なので、単位質量あたり何個の粒子があるかは、単位質量 1 を粒子 1 個の平均質量 μH で割ればでる。結局、単位質量あたりの熱エネルギーは、

$$\varepsilon = \frac{3}{2}kT \cdot \frac{1}{\mu H}, \quad (4.36)$$

となる。これを、星全体で積分すれば、星の熱エネルギーは、

$$U = \int_0^R \frac{3}{2} \frac{kT}{\mu H} \rho 4\pi r^2 dr = \int_0^R \frac{3}{2} P 4\pi r^2 dr = \int_0^R 4\pi^2 G\rho^2 (R^2 r^2 - r^4) dr = \frac{3}{10} \frac{GM^2}{R} = -\frac{1}{2} W \quad (4.37)$$

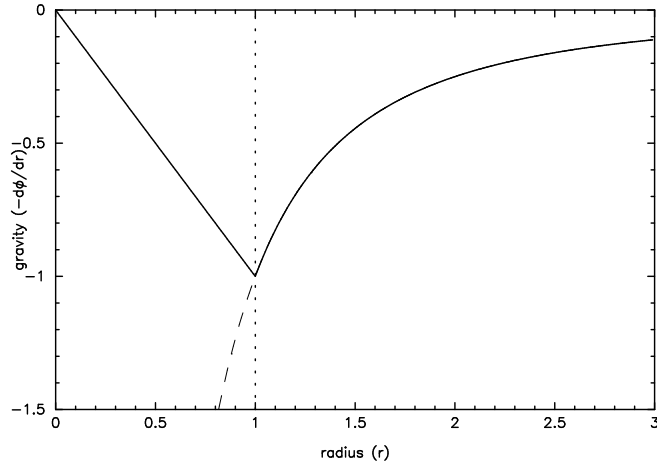


図 4.3: 密度一様の星の重力。星の半径 $R = 1$ 、質量 $M = 1$ 、重力定数 $G = 1$ とした場合の値を示した。破線は、外部の解 ($-d\phi/dr = -GM/r^2$) が内部まで続くとした時の値である。

と書ける。したがって、星の全エネルギーは、

$$E = U + W = -\frac{3}{10} \frac{GM^2}{R} = \frac{1}{2}W, \quad (4.38)$$

となる。

星が単位時間に放出するエネルギーは、

$$L = -\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{dW}{dt}, \quad (4.39)$$

と見積もれるので、星が縮んで半径が小さくなる場合、解放される重力エネルギーの半分が星の表面から放出され、残りの半分が

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{dW}{dt}, \quad (4.40)$$

の関係から、熱エネルギーに行く。また、星が縮むと式 (4.20) の関係から、星の温度 (中心温度) が上がる。つまり、星はエネルギーを放出すると温度が上昇する。これは、通常の物体の振舞いと違う。例えば、ヤカンの中のお湯は周りに熱を奪われると、温度が下がるが、星は周りに熱を出しながら、温度が上昇するという普通の物質とは逆の振舞い (これを**比熱が負**という) をする。実は、この性質があるために星は進化できるのである。

4.3 星のエネルギー源

核融合反応が発見されるまで、星のエネルギー源が何なのかは分からなかった。星の物質が単位質量あたり、 ε のエネルギーを出すことができる場合、それを使って太陽の光度をまかなうと、

$$t = \frac{\varepsilon M_{\odot}}{L_{\odot}}, \quad (4.41)$$

の期間、太陽 (質量 M_{\odot}) は現在の光度 (L_{\odot}) で光り続けることができる。例えば、太陽が化石燃料の石炭からできていたとして、1 kg の石炭が燃えるとだいたい 6000 k cal の熱を出す。太陽の質量は 1.99×10^{30} kg であり、毎秒 9.2×10^{22} k cal の熱を放出しているので、

$$t = \frac{6000 \cdot 1.99 \times 10^{30}}{9.2 \times 10^{22}} = 1.3 \times 10^{11} \text{ s} = 4.1 \times 10^3 \text{ yr}, \quad (4.42)$$

と約 4000 年しかもたない。これは、当時化石などから知られていた地球の年齢とは、相容れなかった。

もし、太陽が重力エネルギーを放出して光っているとすると、その年齢を t として、式 (4.39) で、 $L = L_{\odot} = \text{constant}$ と置けば、過去の $-t$ から現在の時間 0 まで、両辺を積分して、

$$tL_{\odot} = -\frac{1}{2} \int_{-t}^0 \frac{dW}{dt} dt = -\frac{1}{2} (W(0) - W(-t)) = \frac{3}{10} GM^2 \left(\frac{1}{R_{\odot}} - \frac{1}{R_*} \right), \quad (4.43)$$

を得る。ここで R_{\odot} は現在の太陽の半径を、 R_* は太陽が生まれた時の半径をあらわす。この半径が無限大 (つまり太陽の半径が非常に大きい時) とすると、時間 t が最大になるが、せいぜい

$$t = \frac{3}{10} \frac{GM^2}{R_{\odot}L_{\odot}} = \frac{3}{10} \frac{6.67 \times 10^{-8} \cdot (1.99 \times 10^{33})^2}{6.96 \times 10^{10} \cdot 3.85 \times 10^{33}} = 2.95 \times 10^{14} \text{ s} = 0.94 \times 10^7 \text{ yr}, \quad (4.44)$$

と、1 千万年程度である。それでも、地球の年齢である 46 億年とは相容れない。

これらに対して、水素がヘリウムになる核融合反応で、ヘリウムの質量は、水素 4 個分の質量に比べて、0.0073 だけ小さくなっている (質量欠損)。特殊相対性理論によれば、質量とエネルギーは等価 ($E = mc^2$) だから、この質量の減少はエネルギーとして星から放出されるはずである。星の質量の 4 分の 1 が水素からヘリウムに変わるとすると、

$$\begin{aligned} t &= \frac{0.0073 \cdot 0.1 \cdot M_{\odot} c^2}{L_{\odot}} = \frac{0.0073 \cdot 0.1 \cdot 1.99 \times 10^{33} \cdot (3 \times 10^{10})^2}{3.85 \times 10^{33}} \\ &= 3.4 \times 10^{17} \text{ s} = 1.1 \times 10^{10} \text{ yr}, \end{aligned} \quad (4.45)$$

と 100 億年よりも長い年齢が出て来る。

第5章 主系列星の構造

星は、銀河系のガス雲(密度の濃い分子雲)から、生まれる。分子雲は、銀河系内のガスが何らかの衝撃(渦状衝撃波や超新星爆発の衝撃波)で、圧縮された時に生まれる。

太陽近傍の星は、(重量比で)水素約70% ($X = 0.70$)、ヘリウム28% ($Y = 0.28$)、それ以外の元素が2% ($Z = 0.02$)の割合で混ざっている。星が生まれた時、星の内部は林フェイズと呼ばれる、星全体が対流で混ぜられる期間を経て来たために、均質に混ぜられている。林フェイズの後、星の中心で水素がヘリウムに変わる核融合反応が始まった時を、ゼロ年齢主系列(zero age main sequence — ZAMS)という。

ゼロ年齢主系列(ZAMS)の星の構造は、星の質量の違いによってすこしずつ異なる。星の質量が大きくなるにつれて、中心温度が高くなることがその原因である。(太陽質量を M_{\odot} で表す。)

5.1 ppチェーンとCNOサイクルによる核反応

主系列星の中心部は高温のため、原子どうしが激しく衝突し、原子核の周りを回っている電子がはじきとばされる。そのため、原子核と電子がバラバラに存在するプラズマ状態にある。水素原子核は陽子(proton)1個からなっている。陽子は正の電荷を持ち、お互いに反発しあう。しかし、温度が高くなり、陽子の運動エネルギーが大きくなると、正の電荷の反発力をもともせず、お互いが十分近く(10^{-15}m 程度)まで近づくことができる。十分近づいた陽子どうしは、自然界の4つの力のうちの、強い力、すなわち核力によって合体が可能になる。このように、次々に陽子が合体を繰り返して、最終的にヘリウム原子核になる。2個の陽子(proton-proton)から核反応が始まるので、このような原子核融合反応をppチェーン(pp-chain)と呼ぶ。

星の質量が、 $1.1M_{\odot}$ よりも軽い星(太陽もこれに含まれる)は、中心温度が $T_c = 1.8 \times 10^7 \text{ K}$ よりも低いので、ppチェーン(pp-chain)反応が主体となる。これに対して、 $1.1M_{\odot}$ よりも重い星は、炭素(carbon)、窒素(nitrogen)、酸素(oxygen)の原子核を触媒にして、CNOサイクル(CNO-cycle)と呼ばれる核反応が効率良く回り、エネルギー発生の主体となる。炭素、窒素、酸素は原子核の電荷が水素に比べて大きいので、反発力はそれに比例して大きくなり、核力が働くまで近付けるには大きな運動エネルギーが必要となる。そのため、ppチェーンに比べると高温の領域で、はじめて核反応が効き出す。さらに、ppチェーンに比べると、CNOサイクルの熱発生率は温度の上昇に敏感である。

5.2 星の内部の熱輸送

温度勾配があると、温度の高い方から、温度の低い方へ熱がながれる。例えば、金属の棒の片方を熱したときに、もう一方の端も時間が経つにつれて熱くなって来る。このような熱の伝わり方を熱伝導あるいは、熱の拡散という。これに対して、ヤカンの水を熱した場合に起こる対流な

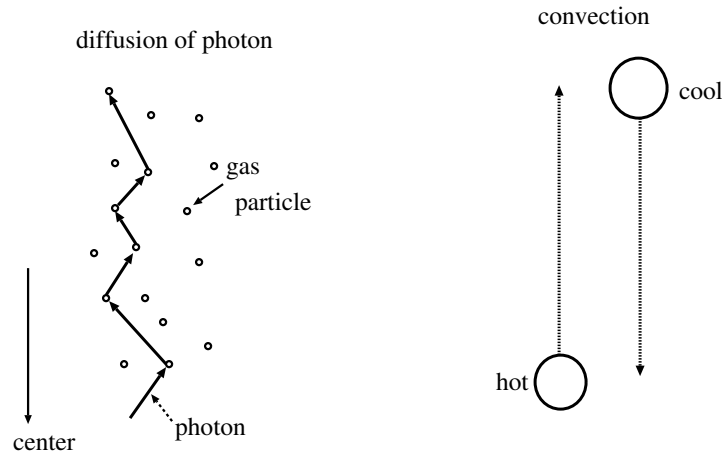


図 5.1: 熱は光子の熱拡散やガスの対流により運ばれる。対流の方が効率良く熱を運ぶ。

どは熱い流体そのものが移動して熱を運ぶので、熱伝導とは異なる熱の伝わり方である。星の内部においても、このふたつの熱の伝わり方がある。物質そのものは動かないが、光子が物質にぶつかりながらジワジワと熱を伝える方法を、光子による熱伝導あるいは光子拡散という。これに対して、お風呂の水が沸くのと同じように対流が起きて、熱がながれるのを、対流による熱輸送という。温度差が大きい割に、熱伝導で熱が流れにくい場合には対流が起きる。対流は、拡散や伝導に比べ、効率良く熱を流すことができる。

5.3 断熱的温度勾配と対流

重力に対抗して自分自身を支えるために、星の中心に近いほど圧力が高い。また、この圧力をつくり出すために、星の中心に近いほど温度と密度が高くなっている。今、星のある地点のガスをとって、まわりとの熱のやりとりを禁止しながら、星の内部の圧力と平衡になるようにして、ゆっくりと星の外側に移動させる。外側にいくにつれて圧力が下がるので、ガスは断熱膨張して温度が下がる。この温度勾配を断熱的温度勾配とよぶ。

実際の星の内部の温度勾配が、上記で定義された断熱的温度勾配より大きい場合に、星の内部では対流が起こる。この理由を以下で説明する。ある地点のガスのかたまりがなんらかのきっかけで、少し上昇したとする。このガスは、膨張して圧力が下がり、周りの圧力と同じになったとする。そのときの温度は、断熱的温度勾配によって決まる。この温度は、星の内部の実際の温度勾配よりもゆるやかなので、周りのガスより温度が高い。理想気体の状態方程式によると、圧力が等しく、温度が高いガスは、周りのガスより密度が低くなる。周りのガスより、密度が低いガスには、浮力が働き、さらに上昇することになる。このように、一度上昇を始めると、ずーと止まること無く、上がり続ける。これが、対流が起こる説明である。

逆に、実際の星の内部の温度勾配が、断熱的温度勾配よりもゆるやかな場合を考える。なんらかのきっかけで少し上昇したガスの温度は、周りのガスの温度よりも低くなる。このガスの密度は、周りのガスの密度より高くなるので、沈んでまた元の位置にもどる。これは、ちょっとした乱れに対しても、安定な構造であることが分かる。したがって、このような場合には対流は起きない。

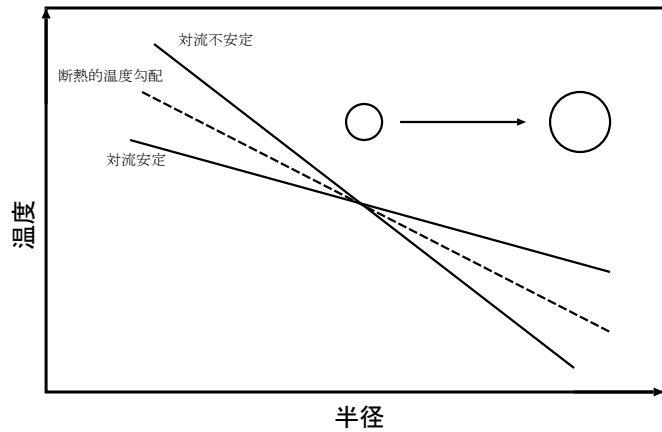


図 5.2: 温度勾配と対流の条件

5.4 輻射平衡と対流平衡

星の中心部で主に pp チェインが働いている場合は、主系列星の中心部では光子の拡散で熱が伝えられているが、外部では対流が起きている。このような星を、中心部は輻射平衡、外側は対流平衡という。外側で、対流が起きているのは、表面温度が低くなるにつれて光に対する不透明度が大きくなり、したがって、光子の拡散が遅くなり、熱の伝わり方が悪くなるためである。熱の伝わり方が悪くなると、その層の内側に熱がたまり、温度が高くなるので、その層をはさんで大きな温度勾配ができる。この温度勾配が、断熱的温度勾配よりも大きくなるために対流が起こる。

星の中心部で主に CNO サイクルが働いている場合は、主系列星の中心部では、対流平衡となり、外側では、輻射平衡となる。星の中心部で対流平衡になるのは、CNO サイクルが非常に温度に敏感であるために、ちょっとでも温度が高い中心で、エネルギーの発生率が非常に大きくなり、高い温度勾配ができる。そのため、断熱的温度勾配よりも大きな温度勾配ができ、対流が起きてしまうのである。外側では表面近くまで、温度が高く (1 万度以上) 光に対する不透明度が大きくなるらないので、対流は起きなくて済む。

5.5 主系列にとどまる時間

太陽程度より軽い星は、pp チェインによる核融合がゆっくりと進むため、時間あたりのエネルギー発生率が小さく、主系列段階に留まる時間も長い。これに対して、重い星は、CNO サイクルによる核融合が早く進み、時間あたりのエネルギー発生率が大きく、明るくなる。また、CNO サイクルは非常に温度に敏感なため、重い星ほど、中心温度が高く、エネルギー発生率が非常に大きくなる。このため、多少質量が大きくとも、非常に早く燃料である水素を燃やし尽くしてしまうので、主系列段階に留まる時間は短い。

5.6 なぜ核融合反応は安定か？

同じ核融合反応でも、水爆は不安定な核融合反応であるが、星の内部で進む水素の核融合反応は安定である。この違いは、星が自己重力系であり、系全体としての比熱が負である、という性

質からきている。水爆の場合は、自分自身が出した熱によって、温度が上昇し、さらに核反応率が上昇するという正のフィードバックが働く。これによって、爆発的に核反応が進むのである。これに対して、星の内部では、核融合の熱が多く出て、温度が上昇すると、星全体が膨らみ、断熱膨張の結果、逆に中心温度が下がる。見かけの比熱が負のように振る舞う。このことを見るには、式(4.38)で、核燃焼で余分に発生した熱を ΔE とすると、その時の星の半径が ΔR だけ膨れるとして、

$$E + \Delta E = -\frac{3}{10} \frac{GM^2}{R + \Delta R}, \quad (5.1)$$

の関係がある。この両辺から、式(4.38)の両辺を引き算すると、

$$\Delta E = \frac{3}{10} \frac{GM^2}{R^2} \Delta R, \quad (5.2)$$

となり、核燃焼の熱が余分に ($\Delta E > 0$) 出ると、星の半径は膨れる ($\Delta R > 0$)。この時に中心温度は、式(4.20)の関係から、

$$\Delta T_c = -\frac{\mu H}{k} \frac{1}{2} \frac{GM}{R^2} \Delta R, \quad (5.3)$$

となるので、下がる。つまり、比熱は、

$$\frac{\Delta E}{\Delta T_c} = -\frac{k}{\mu H} \frac{3}{5} M, \quad (5.4)$$

となり、負であるとみなせる。このため、いくら核融合反応で熱が出ても、中心温度は下がってしまうのである。星が、その内部に安定化の機構を持っていることは、非常に大切なことなのである。この安定化のメカニズムがなんらかの原因によって働かなくなると、星は爆発する。

第6章 電子の縮退圧

極端に温度が低い星 (温度が絶対零度の場合) を考える。このような星の内部では、熱運動による圧力はゼロになるが、量子力学的な効果による圧力が存在する。この量子力学的な効果による圧力を**縮退圧**と呼ぶ。縮退圧は通常の密度では無視できるほど小さいものであるが、非常な高密度になると、重力に対抗できる圧力勾配をつくり出すことができる。星の密度が高くなり、温度による (理想気体の状態方程式で決まる) 圧力より、量子力学的な圧力 (縮退圧) が大きくなる場合、略して、『星は縮退する』という。星自身が縮むことではないので注意して欲しい。

量子力学を築いた一人であるハイゼンベルクの不確定性理論によれば、ある粒子の位置と運動量 (あるいは速度) を同時に無限の精度をもって決めることはできない。位置や運動量の不確定さを Δ を付けて表すと、必ず

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim h, \quad \Delta y \cdot \Delta p_y \sim h, \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \sim h, \quad (6.1)$$

という関係が成り立つ。つまり、位置と運動量を上の精度以上の精度で、同時に決定することはできない。このことから、ある粒子の存在する体積は、

$$\Delta^3 v = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \sim \frac{h^3}{\Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z}, \quad (6.2)$$

となる。したがって、単位体積あたりに粒子が入ることができる個数密度は、

$$n = g \frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3}, \quad (6.3)$$

と見積もれる。ここで、 g はその粒子の統計的な性質を反映する量である。電子ならば、スピンの上下ふたつがあるので、 $g = 2$ となる。

量子力学によれば、電子のようなフェルミ粒子は一つの量子力学的な状態にひとつしか入れない。今、電子をエネルギーの低い状態から、順番に入れて行って、ある運動量 p_F まですき間無く入れたとすると、電子の密度は、

$$n_e = g \int_0^{p_F} \frac{4\pi p^2 dp}{h^3} = \frac{8\pi p_F^3}{3h^3}, \quad (6.4)$$

となる。運動量空間の p_x, p_y, p_z の3次元の体積積分は、球対称の積分 $4\pi p^2 dp$ (ここで、 $p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$) で置き換えた。また、 $g = 2$ は電子のスピンの上下2方向あることによる。

圧力は、電子が壁にぶつかって跳ね返る時に、壁に与える単位面積あたりの力積 (単位時間あたりの運動量の変化) で与えられる。運動量 p の電子が壁にぶつかって、 $-p$ の運動量をもって跳ね返ってくるとすると、壁がうけとる力積は、 $2p$ になる。単位面積あたり、単位時間に壁に当たる電子の数 (N_e) は、電子の密度を n_e とすると、速度が光速に比べて小さい場合 (非相対論的) は、

$$N_e = n_e \times 1 \times 1 \times v = n_e \left(\frac{p}{m} \right), \quad (6.5)$$

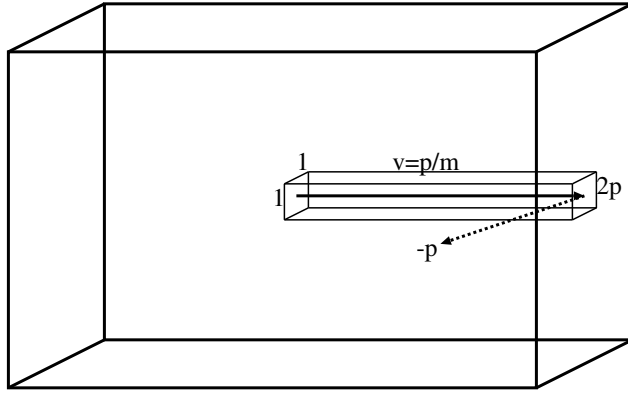


図 6.1: 電子が壁にぶつかることによって、壁に圧力をおよぼす

となり、光速と同じくらい速い場合 (超相対論的) は、

$$N_e = n_e \times 1 \times 1 \times v = n_e c, \quad (6.6)$$

となる。この時の電子の圧力は、 $N_e \times (2p)$ で求まるが、 n_e に式 (6.3) または、式 (6.4) を使って、電子が相対論的でなければ、

$$P_e = \frac{g}{6} \int_0^{p_F} \left(\frac{p}{m_e} \right) (2p) \frac{4\pi p^2 dp}{h^3} = \frac{8\pi p_F^5}{15m_e h^3}, \quad (6.7)$$

となり ($g = 2$ を代入した)、超相対論的であれば、速度は光速となるので、

$$P_e = \frac{g}{6} \int_0^{p_F} c(2p) \frac{4\pi p^2 dp}{h^3} = \frac{8\pi c p_F^4}{12h^3}, \quad (6.8)$$

となる。ここでも、 $g = 2$ を代入した。また、 m_e は電子の質量であり、6 で割っているのは、運動量 p は本来ベクトルで、例えば、 x, y, z の 3 方向に分割すれば、3 分の 1 になるし、電子の運動は x の正の方向と負の方向に二通りあるので、さらに 2 分の 1 となり、結局 6 分の 1 になるからである。

密度 (ρ) と電子数密度 (n_e) の間には、 μ_e を電子 1 個あたりの平均分子量、 H を水素原子の質量として、

$$\rho = \mu_e H n_e, \quad (6.9)$$

の関係がある。ここで、状態方程式の平均分子量 (μ) と電子 1 個あたりの平均分子量 (μ_e) との間には、

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_I} + \frac{1}{\mu_e}, \quad (6.10)$$

の関係がある。ここで、 μ_I はイオン 1 個あたりの平均分子量である。例えば、水素原子からなる物質がイオン化して、陽子と電子から成るプラズマ状態になったとして、電子 1 個あたりの平均分子量は電子 1 個に対して、陽子 1 個なので、 $\mu_e = 1$ となる。これが、ヘリウムだと、電子 2 個に対して、原子核の質量は 4 なので、電子 1 個あたりの平均分子量は、 $\mu_e = 2$ となる。もっと重

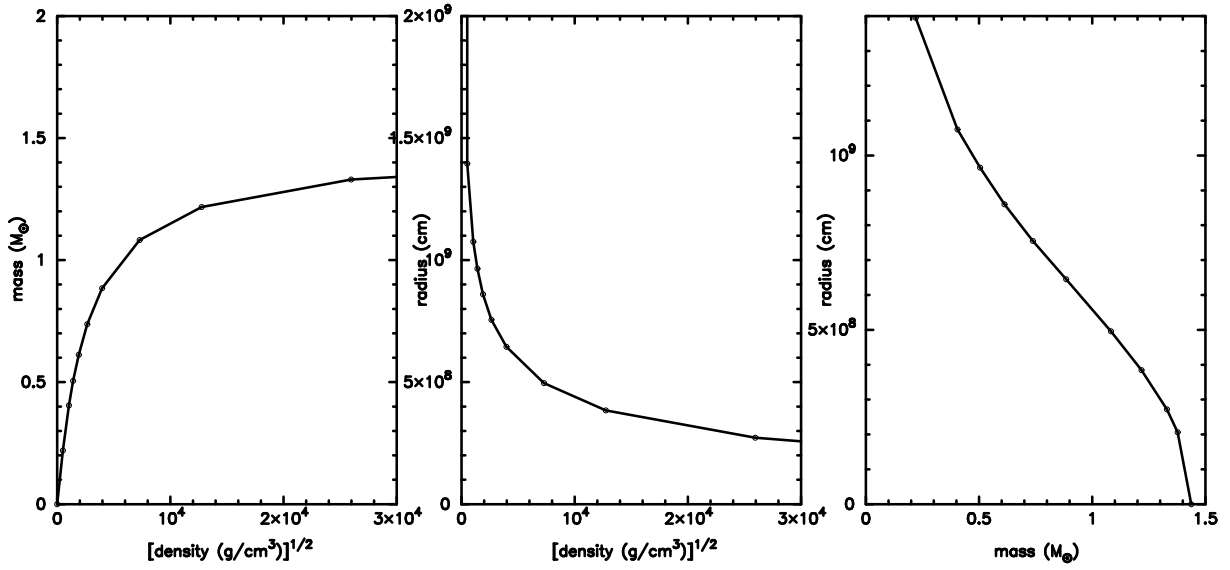


図 6.2: 電子の縮退圧で支えられる星の質量と半径

たい元素は、原子核を作っている陽子と中性子の数が同じであるとすると、ヘリウムと同じように、 $\mu_e = 2$ となる。

水素原子のプラズマでは、イオン 1 個あたりの平均分子量は、イオンは陽子そのものなので、 $\mu_I = 1$ となる。このとき、式 (6.10) より、水素原子のプラズマの平均分子量は、 $\mu = 0.5$ となる。ヘリウム原子のプラズマでは、 $\mu_I = 4$ より、 $\mu = 4/3$ となる。これらは、前に出て来た状態方程式の平均分子量と一致している。

式 (6.4) を式 (6.9) に入れると、

$$p_F = \left(\frac{3h^3}{8\pi} \frac{\rho}{\mu_e H} \right)^{1/3}, \quad (6.11)$$

となるので、これを上の電子の圧力の式に代入すると、

$$P_e = \frac{8\pi}{15m_e h^3} \left(\frac{3h^3}{8\pi} \frac{\rho}{\mu_e H} \right)^{5/3} \propto \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{5/3}, \quad (\text{non-relativistic}) \quad (6.12)$$

$$P_e = \frac{8\pi c}{12h^3} \left(\frac{3h^3}{8\pi} \frac{\rho}{\mu_e H} \right)^{4/3} \propto \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{4/3}, \quad (\text{super-relativistic}) \quad (6.13)$$

となる。つまり、電子の圧力は密度 (と電子の平均分子量) だけの関数になる。

上の圧力と密度との関係をつかって、式 (4.2) と式 (4.12) を積分 (コンピュータを使って数値的に積分) すると、星の質量は、非相対論的な場合は、

$$M = \left\{ \frac{1}{4\pi G^3} \left(\frac{3}{\pi H} \right)^2 \left(\frac{h^2}{20m_e H} \right)^3 \right\}^{1/2} \frac{\rho_c^{1/2}}{\mu_e^{5/2}} \times 10.73, \quad (\text{non-relativistic}) \quad (6.14)$$

となり、中心密度の 1/2 乗に比例する。超相対論的な場合は、

$$M = \left\{ \frac{1}{4\pi G^3} \frac{3}{\pi H} \left(\frac{hc}{8H} \right)^3 \right\}^{1/2} \frac{1}{\mu_e^2} \times 16.14 = \frac{1.46 M_\odot}{(\mu_e/2)^2}, \text{ (super-relativistic)} \quad (6.15)$$

と一定になる。

上では、非相対論的な場合と超相対論的な場合の両極端の場合についての説明であるが、その中間的な場合も考慮すると、電子の縮退圧で支えられる星の質量と半径は図 6.2 のようになる。太陽と同じ程度の質量 ($1M_\odot$ 程度) をもった星が地球と同じ程度の大きさ (半径 6000 km 程度) に縮んでいる。このような、太陽半径 (6.96×10^5 km) の百分の一程度の大きさの星は実際に存在して、**白色矮星 (white dwarf)** と呼ばれている。また、このような縮退圧で支えられている星は、中心の密度が増えるにしたがって質量が増えるが、その質量には、上限 ($1.4M_\odot$) があること、また、質量が増えるにしたがって、半径は逆に小さくなっていることが特徴である。重ければ重いほど、半径が小さく密度が高くなるのである。電子の縮退圧で支えられる白色矮星の質量に上限があることは、チャンドラセカールによってはじめて明らかにされたので、**チャンドラセカール限界質量**とよばれている。

実際の星の内部では、温度が高いと理想気体の状態方程式で決まる圧力と電子の縮退圧で決まる圧力が同時に存在する。その場合、全圧は分圧の和となるから、

$$P = \frac{kT}{\mu H} \rho + \frac{8\pi}{15m_e h^3} \left(\frac{3h^3}{8\pi} \frac{\rho}{\mu_e H} \right)^{5/3}, \text{ (non-relativistic)} \quad (6.16)$$

と分圧の和として計算できる。密度が高い場合には、理想気体の状態方程式から決まる圧力は密度に比例して上がるだけだが、電子の縮退圧は密度の 5/3 乗に比例して上がるので、最後は縮退圧が効いて来ることがわかるであろう。

電子の縮退圧が効くような星では、温度が圧力に直接関係してこないもので、前章でのべたような、みかけの比熱が負という性質はない。熱が発生すれば、星は膨らまないもので、温度は上昇する一方である。この点で、電子の縮退圧によって支えられた星は、比熱が正の通常の物体と同じ振る舞いをする。もし、核融合反応が始まれば、水爆とおなじように爆発する可能性がある。

第7章 1 M_{\odot} の星の進化と最後

7.1 赤色巨星段階

太陽と同程度の質量を持つ星を小質量星とよぶ。1.0 M_{\odot} の質量を持つ星は、約 100 億年で、中心において水素を消費し尽くす。この時点で、主系列を離れる。図 7.1 の B 点に対応する。その後、ヘリウム (重量比で約 98%) とそれより重い重元素 (重量比で 2%) からなるヘリウム中心核が形成され、次第に成長してくるとともに、ヘリウム核の周りで水素が燃える水素殻燃焼の段階に入る。密度の高いヘリウム中心核とその周りの密度の小さい水素に富む外層の 2 極分化が進む。太陽程度の比較的質量の小さい星は、もともと密度が高いため、ヘリウム中心核はその質量が増えるにつれて、密度も上がり、電子の縮退圧で支えられるようになる。図 7.1 の C 点に対応する。これは、密度が高いわりに、温度が低いことによる。ヘリウム核の内部には熱源がないので、水素燃焼殻の温度で決まる等温状態になる。また、縮退圧で支えられるので、7 M_{\odot} の星のように、ヘリウム核が重力収縮して、常に重力エネルギーを解放するというものもない。しかし、水素殻燃焼が進むにつれて、さらにヘリウム核の質量が増加する。それとともに、大きな質量を縮退圧で支えるには、式 (6.14) より分かるように、中心密度が上がってくる。(ここでは、外の水素外層の密度がヘリウム核の密度に比べて充分低いので、ヘリウム核をひとつの星とみなして良い。したがって、式 (6.14) の関係がほぼヘリウム核について成り立つ。)

中心密度が上がるにつれて、ヘリウム核の半径が小さくなり、重力が大きくなるので、その重力を支えるために水素殻燃焼の場所の圧力が上昇し、それとともに温度も上がる。ヘリウム核が成長するにつれて、水素燃焼によるエネルギー放出率は大きくなるので、星は明るくなる。と同時に、放出されたエネルギーは外層をそとに押し出すので、星は半径を増す。星の表面温度が下がり、表面对流層は、次第に深くなり、ついには、外層全体が対流層になる。図 7.1 の D 点に対応する。外層が対流平衡になると、林の禁止領域 (当時、京都大学の林忠四郎が理論的に導出し、後に天文学分野のノーベル賞ともいわれるエディントン・メダルを受賞する。さらに後には、京都賞も受賞) の縁に沿って H-R 図中を上昇する。この段階の星を赤色巨星と呼び、林の禁止領域に沿った線を赤色巨星分枝あるいは赤色巨星分岐という。(逆に、赤色巨星分枝上にある星を赤色巨星という。)

7.2 1 M_{\odot} の星のヘリウムフラッシュと水平分枝

ヘリウム核の質量が 0.46 M_{\odot} になった時、中心部の温度は 1 億度以上になり、3 つのヘリウムが 1 個の炭素原子に変わるトリプルアルファ反応と呼ばれる燃焼が始まる。図 7.1 の E 点に対応する。トリプルアルファ反応が起こって炭素がたまって来ると、炭素 (^{12}C) とヘリウム原子核 (^4He) が反応し、酸素 (^{16}O) となる。また、わずかではあるが、酸素原子核がヘリウム原子核と反応し、ネオン (^{20}Ne) ができる。星の質量が大きく、トリプルアルファ反応の時の温度が高いほど、できる炭素/酸素の比が小さくなる。地球などの太陽系をつくった物質では、酸素の量が炭素の量の 2 倍程度ある。このことは、重い星で作られた酸素の多い物質が超新星爆発などでばらまかれ、

それをもとにして我々の太陽系が作られたと考えるとつじつまが合う。

トリプルアルファ反応で熱が出て、熱による圧力は電子の縮退圧 (量子力学的圧力) に比べて小さいので、全体の圧力が上がらない。したがって、ヘリウム核は膨張しないので、密度も上がらない。温度だけが上がる。(縮退圧が圧力勾配を担っている場合の星の見かけの比熱は正になる。熱核反応の安定化が働かない。) このため、トリプルアルファ反応は一気に進行し、ますます多くの熱が発生する。この一気に進む、ヘリウム燃焼をヘリウムフラッシュと呼ぶ。不安定な核燃焼は、核反応による熱エネルギーが、ヘリウム核の重力エネルギーと同じ程度まで出て来ると、ヘリウム核が膨らみ始める。これを縮退が融けるという。すると、通常理想気体の状態方程式が成り立つようになるため、比熱が負のふるまいにもどるので、密度と温度が下がり、安定な核燃焼に移行する。安定なヘリウム燃焼に移行した段階を水平分枝あるいは水平分岐と呼ぶ。図 7.1 の F 点に対応する。ヘリウム燃焼は、CNO サイクルと同じように温度上昇に敏感なので、中心部は対流核となる。

7.3 炭素・酸素コアと漸近赤色巨星分枝

ヘリウム核の中心にヘリウムが無くなってくると、今度は、炭素・酸素コア (核) が形成される。これにともない、ヘリウムは炭素・酸素コアの周りで、殻燃焼を起こすようになる。このさらに外側には、ヘリウム核と水素外層の境目に、水素燃焼層がある。これも、水素殻燃焼と呼び、水素殻燃焼とヘリウム殻燃焼がふたつあるので、double shell burning (二重殻燃焼) と呼ぶ。

ヘリウム燃焼は、水素燃焼に比べて単位質量あたり 10 分の 1 程度のエネルギーしか出さない。しかし、燃焼率自体は大きくなるので、早く燃料を使い果たしてしまう。炭素・酸素コアの質量が大きくなるにつれて、水素外層は膨れ、対流層が発達する。星の外層が深い対流層になるため、星は林トラックに沿って H-R 図中を上昇し始める。この段階は、発達した炭素・酸素コアと薄いヘリウム層、その外側に密度の低い水素外層が広がる、という構造になる。この段階の星を漸近赤色巨星段階の星 (Asymptotic Giant Branch star)、あるいは略して AGB 星と呼ぶ。

7.4 質量放出と惑星状星雲

太陽は、非常に小さい率ではあるが、現在も太陽風を吹かせて、それ自身の質量を減少させている。赤色巨星段階になると、水素外層が膨れて、その分、星の表面での重力が減少するので、主系列段階よりはるかに強力な恒星風が吹いていると考えられる。ただ、現在の理論では、この恒星風をきちんと取り扱うことができていないので、どの程度の量が赤色巨星段階で失われるのか判然とはしていない。さらに、漸近巨星分枝 (AGB) の段階でも、もっと強力な恒星風が吹いて、質量が失われる、と考えられている。しかし、理論的にも観測的にも質量放出率がきちんと分かっているわけではない。太陽程度の星では、AGB 段階の最終ステージで、1 万年から 10 万年程度の時間をかけて、水素の外層を吹き飛ばしていると考えられている。図 7.1 の G 点が AGB 段階の最終ステージに対応する。吹き飛ばされた外層は、惑星状星雲として、観測される。また、残された炭素・酸素コアは、初期の段階では、数万度の非常に高い温度で光っているので、その紫外線をうけて、惑星状星雲は明るく輝く。星雲は、次第に膨張し、最終的には消失する。また、中心の炭素・酸素コアは次第に冷えていき、白色矮星となる。太陽程度の星 (小質量星) は、 $0.55 - 0.6M_{\odot}$ 程度の白色矮星を残すと考えられている。

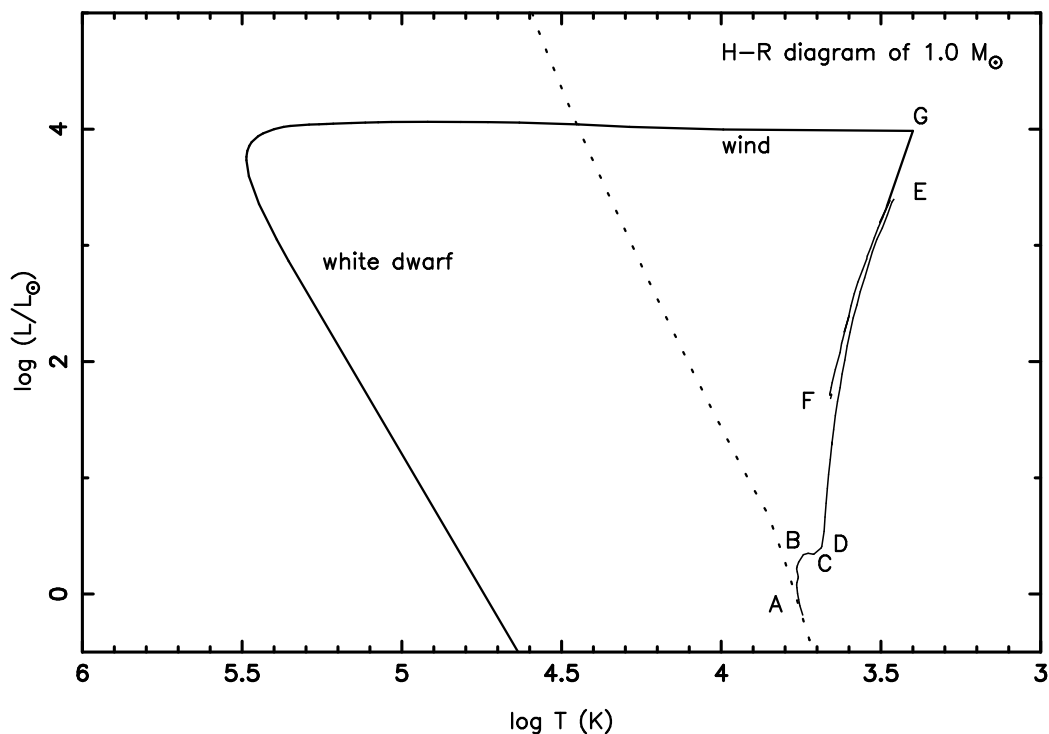


図 7.1: $1 M_{\odot}$ の星の HR 図上での進化経路。縦軸は、星の光度 (明るさ) の対数 (10 を底とした常用対数)。横軸は、星の表面温度の対数 (常用対数)。**A**: ゼロ年齢主系列。中心部では、pp チェインによる水素核融合反応が起こっている。中心部では輻射平衡だが、周辺部 (外層) は対流平衡になっている。**B**: 中心付近で水素を燃やし尽くし、主系列を離れる。これ以降、水素核燃焼は次第に中心より外側へ移って行く。**C**: $0.1 M_{\odot}$ 程度のヘリウム核が形成され、水素殻燃焼に移行する。ヘリウム核は密度が高いため、縮退している。**D**: 水素外層が対流層になり、林トラックに乗る。**E**: ヘリウム核の質量が $0.46 M_{\odot}$ にまで成長し、中心でヘリウム燃焼 (トリプル・アルファ反応) が始まる。ヘリウム核は縮退しているため、ヘリウム燃焼は激しく起こるので、ヘリウム・フラッシュとなる。**F**: ヘリウム燃焼が安定化し、水平分岐に乗る。**G**: 炭素・酸素コアが形成され、ヘリウム殻燃焼に移行する。それと同時に、水素外層が再び対流層になり、林トラックに乗る。その後、炭素・酸素コアが成長するにつれて、半径が増大し、恒星風が吹き始める。この後、水素外層が失われて、炭素・酸素コア (白色矮星) のみ残る。

第8章 太陽の7倍の質量を持つ星の進化

8.1 ヘルツシュプルング・ギャップと赤色巨星分岐

太陽の質量の数倍の質量を持つ星を中質量星という。中質量星の場合は、主系列段階で対流核を持っているので、対流核全体で、同時に水素がなくなり、ヘリウム核が形成される。このヘリウム核は、1倍の太陽質量の星の場合と異なり、比較的溫度が高く、密度が小さいので(電子は)縮退しない。図8.1のB点に対応する。7倍の太陽質量を持つ星の主系列に留まる時間は、約4000万年である。図8.1のA点からB点までの時間に対応する。水素がヘリウム核全体でほぼ同時に無くなるので、水素核燃焼が止まる。核融合熱が出て来なくなるので、星全体が収縮を始める。少し収縮して、重力エネルギーを解放し、ヘリウム核の周りの溫度が上がると、ヘリウム核の周りの水素に火がつく。十分な熱が水素核燃焼によって出て来るようになると、水素外層の収縮は止まる。図8.1のC点に対応する。しかし、ヘリウム中心核は、熱源を持たないので、さらに収縮を続ける。ヘリウム核の表面の溫度は重力エネルギーの解放のため上昇するので、水素核燃焼がますます盛んになり、それによって出て来るエネルギーがどんどん大きくなる。このため、水素外層はいつそう膨らみ、膨らむことで表面溫度が下がるので、星はHR図上を明るさを少しずつ減少させながら、右側へ(溫度が低い方へ)動いていく。明るさが減少するのは、出て来る熱エネルギーが外層の膨張に使われてしまうからである。

このHR図上を左から右へ移動していく時間は主系列段階に留まる時間や、その後の赤色巨星分岐に留まる時間に比べて短いので、この位置にいる星を実際に見つけることは非常にまれである。このため、この領域をヘルツシュプルング・ギャップと呼ぶ。

表面溫度が低くなるにつれて、表面近くの不透明度が大きくなり、熱が流れにくくなる。このため表面から対流層が発達して、外層全体が対流層になる。図8.1のD点に対応する。これ以降は、星は林の禁止領域の縁に沿って、次第にHR図上を上に登っていく。ヘリウム中心核の周りの水素核燃焼から出るエネルギーが次第に増えても、対流は効率良く熱を流すことができるので、半径があまり膨らまない。しかし、出て来るエネルギーが増えるので、明るくなる。

8.2 ヘリウム燃焼と漸近赤色巨星分岐

ヘリウム中心核は質量が増えて行くと同時に収縮し、その中心の溫度が1億度を超えると、ヘリウム原子核のトリプルアルファ反応が起こり、ヘリウム核燃焼が始まる。ヘリウムに火が着く時のヘリウム核の質量は、ゼロ年齢主系列の時の星の質量によって違って来る。7 M_{\odot} の星の場合は、ヘリウム核の質量が1.4 M_{\odot} 程度まで太ると、ヘリウムに火が着いて、トリプルアルファ反応が始まる。図8.1のE点に対応する。このとき、ヘリウム中心核は縮退していないので、ヘリウム中心の核燃焼はフラッシュにはならず、比較的安定に進む。トリプルアルファ反応の溫度依存性はCNOサイクルよりもきついで、ヘリウム核の中心部では、対流核が発達する。一旦、ヘリウムに火が着くと、水素殻燃焼の場合よりもたくさんの熱が出て来るので、星の表面溫度は上昇し、表面近くの不透明度が下がり、対流外層が急速に薄く(小さく)なる。このために、星はHR

図上を高温 (左) 側に移動し、しばらくそこに留まる。図 8.1 の F 点に対応する。

主系列の時間の約 5 分の 1 程度の時間が経つと、ヘリウム中心核の対流核中のヘリウムが燃え尽きる。中心近くの対流層は消えて、星の中心部は放射平衡となり、重力収縮が始まる。重力収縮が進んで、炭素・酸素からなる核の周りの温度が 1 億度程度になると、C+O コアの周りでヘリウムの殻燃焼が始まる。したがって、ヘリウムの殻燃焼と水素の殻燃焼が同時に進行する double shell burning の段階に入る。C+O コアが収縮するにつれて、密度が上がるので、C+O コアは縮退するようになる。C+O コアは電子の縮退圧で支えられるようになるので、中心温度があまり上昇しなくなる。したがって、以降、炭素に火が着くことはない。この意味では、星の進化は止まる。

しかし、C+O コアの質量は時間とともに増え、半径が縮み、C+O コア表面の圧力が上昇するとともに温度も上がるので、ヘリウム核融合反応から出て来るエネルギーが増す。出て来た熱は外層に注入されるので、外層は膨張し、星の表面温度は下がる。このため、星の表面近くの不透明度が増えるので、熱の流れが悪くなり、表面对流層が発達してくる。星は、再び林トラックに沿って、HR 図を上昇する。これを漸近赤色巨星分岐 (Asymptotic Giant Branch) と呼ぶのは、太陽程度の質量を持つ、小質量星の場合と同じである。

8.3 セファイド不安定帯と脈動星

ヘリウム燃焼段階にある中質量星は、HR 図上 (図 8.1) で、E から F、そして G へとループを描く。この時、セファイド不安定帯とよばれる領域を行きと返りに 2 度横切る。この領域に星が存在する場合、星の外層は不安定になり、振動を始める。この振動の周期は、星の中を音波が通り過ぎる程度の時間がかかるので、星の半径が大きい程、すなわち、星の明るさが大きい程、長い。このため、セファイド型の星は、その振動周期と真の明るさとの間にきれいな関係があり、三角視差が測定できないような遠方の星団や銀河までの距離を決定するのに使われる。

8.4 質量放出と白色矮星

中質量星も、その漸近赤色巨星段階の最後で、恒星風が吹き水素外層を失う、と考えられている。図 8.1 の G 点に対応する。最後に残されるのは、 $0.8 - 1.1M_{\odot}$ の炭素・酸素 (C+O) 白色矮星である。

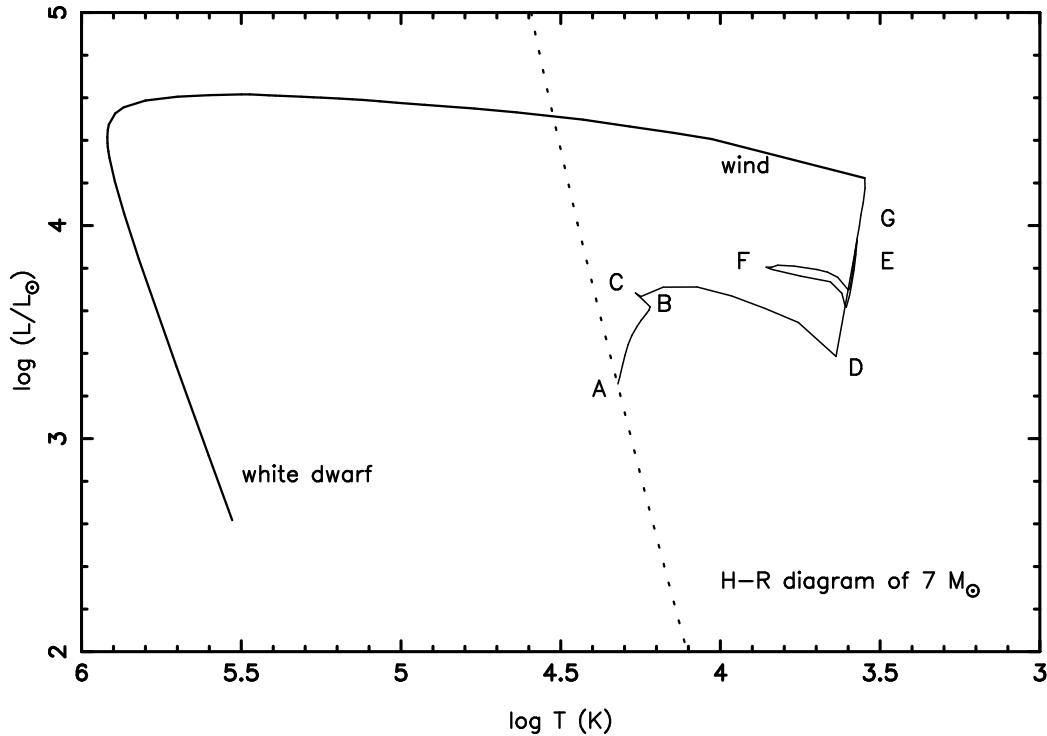


図 8.1: $7 M_{\odot}$ の星の HR 図上での進化経路。縦軸は、星の光度 (明るさ) の対数 (10 を底とした常用対数)。横軸は、星の表面温度の対数 (常用対数)。**A:** ゼロ年齢主系列。中心部では CNO サイクルで水素核融合反応が進行している。CNO サイクルは熱の発生率が高いので、中心部は対流によって熱を効率的に輸送する。したがって、中心部は対流平衡となるが、外層部は輻射平衡である。**B:** 中心の対流核全体で水素を燃やし尽くし、水素燃焼の火が消える。主系列を離れる。この後、ヘリウム核が収縮し、重力エネルギーを解放することで、温度を上昇させ、圧力勾配をつくり出す。**C:** ヘリウム核の温度が上昇した結果、ヘリウム核の周りの水素に火が着き、水素殻燃焼に移行する。この後、ヘリウム核自身には、熱源がないので、収縮することで、重力エネルギーを解放し、圧力勾配をつくり出す。このため、水素殻燃焼の温度が次第に上昇し、核反応のエネルギー発生率が大きくなるので、その熱が水素外層へ伝えられ、水素外層が膨らむ。**D:** 水素外層が全部対流層になり、林トラックに乗る。対流は熱を効率良く逃すので、水素外層はそれほど膨らまなくともよくなる。しかし、水素燃焼のエネルギー発生率は大きくなる一方なので、星は明るくなる。なお、C から D へは、非常に短い (約 10 万年) 時間で移動するので、星が観測される確率が非常に小さい。そのために、HR 図上で星がほとんどない領域となり、ヘルツシュプルングのギャップとよばれる。**E:** ヘリウム核は、温度が比較的高く、密度もそれほど大きくないので、縮退していない。いつヘリウム核の中心でヘリウム燃焼 (トリプル・アルファ反応) が始まるかは、ゼロ年齢主系列の時の質量によるが、 $7M_{\odot}$ の星の場合は、ヘリウム核が $1.4M_{\odot}$ 程度になった時に、中心でトリプル・アルファ反応が始まる。**F:** ヘリウム燃焼が安定化し、水平分岐に乗る。ヘリウム燃焼は温度に敏感なので、中心部は対流層となっている。**G:** 中心で、ヘリウムが無くなると、ヘリウム殻燃焼に移行する。それにつれて、水素外層が再び全部対流層になり、林トラックに乗る。その後、炭素・酸素コアが成長するにつれて、半径が増大し、恒星風が吹き始める。この後、水素外層が失われて、炭素・酸素コア (白色矮星) のみ残る。

第9章 太陽の20倍の質量を持つ星の進化

太陽の10倍以上の質量を持つ星は、大質量星とよばれる。太陽の20倍程度の質量を持つ星は、中心核が縮退することなく、ヘリウム燃焼、炭素燃焼、ネオン燃焼、酸素燃焼、シリコン燃焼と、次々と進行して行き、最後に鉄のコアからなるタマネギ構造になる。鉄はもっとも安定な原子核で、これ以上核融合反応を起こさせることはできない。しかし、鉄の中心核の温度が重力収縮して、100億度を超えるとガンマ線を吸って鉄の原子核は、ヘリウム原子核(アルファ粒子)や、陽子、中性子に分解を始める。これは、鉄の原子核が高エネルギーの光子を吸って分解する反応なので、「鉄の光分解」とよばれる。このときの星の内部は、内側から順に、鉄のコアが中心から $1.4M_{\odot}$ まで、シリコン層が $1.75M_{\odot}$ まで、炭素・酸素層が $3.8M_{\odot}$ まで、ヘリウム層が $6.0M_{\odot}$ までで、それから上は水素外層という構造になっている。

鉄の光分解は、高エネルギーの光子(ガンマ線)を吸ってしまう反応なので、吸熱反応である。このため中心の温度は下がり、重力に抗する圧力が作れず、光分解を始めた鉄のコアは、一気に潰れてしまう。この重力崩壊がきっかけになって、星は中心部に中性子星を残し、残りの外層は中性子星を形成する時の反動で跳ばされてしまう。この爆発が超新星爆発である。

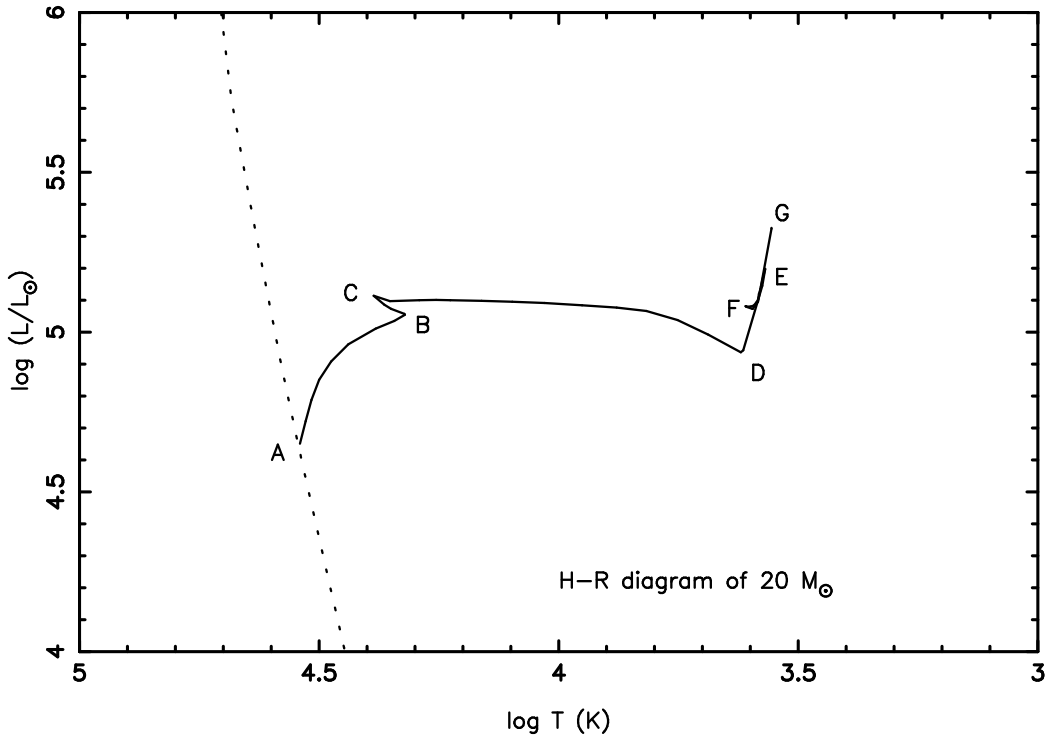


図 9.1: $20 M_{\odot}$ の星の HR 図上での進化経路。縦軸は、星の光度 (明るさ) の対数 (10 を底とした常用対数)。横軸は、星の表面温度の対数 (常用対数)。**A:** ゼロ年齢主系列。 $7 M_{\odot}$ の星の場合と同じく、中心部では CNO サイクルで水素核融合反応が進行している。中心部は対流平衡であり、外層部は輻射平衡である。**B:** 中心の対流核全体で水素を燃やし尽くし、水素燃焼の火が消える。主系列を離れる。この後、ヘリウム核が収縮し、重力エネルギーを解放することで、温度を上昇させ、圧力勾配をつくり出す。**C:** ヘリウム核の温度が上昇した結果、ヘリウム核の周りの水素に火が着き、水素殻燃焼に移行する。この後、ヘリウム核自身には、熱源がないので、収縮することで、重力エネルギーを解放し、圧力勾配をつくり出す。このため、水素殻燃焼の温度が次第に上昇し、核反応のエネルギー発生率が大きくなるので、その熱が水素外層へ伝えられ、水素外層が膨らむ。**D:** 水素外層が全部対流層になり、林トラックに乗る。対流は熱を効率的に逃すので、水素外層はそれほど膨らまなくともよくなる。しかし、水素燃焼のエネルギー発生率は大きくなる一方なので、星は明るくなる。**E:** ヘリウム核は、温度が比較的高く、縮退していない。ヘリウム核の中心でヘリウム燃焼 (トリプル・アルファ反応) が始まるのは、ヘリウム核が だいたい $6 M_{\odot}$ 程度になった時である。**F:** ヘリウム燃焼が安定化し、水平分岐に乗る。ヘリウム燃焼は温度に敏感なので、中心部は対流層となっている。**G:** 中心で、ヘリウムが無くなると、ヘリウム殻燃焼に移行する。それにつれて、水素外層が再び全部対流層になり、林トラックに乗る。その後、炭素・酸素コアが成長するにつれて、半径が増大し、恒星風が吹き始める。この後、中心の炭素・酸素コアは縮退しないので、収縮しながら温度を上昇させる。したがって、次に炭素に火が着き、酸素・マグネシウム・ネオン核が形成される。これも縮退せず、収縮して温度が上がり、マグネシウムや酸素に火が着き、シリコン核ができる。さらにシリコン核に火が着き、鉄のコアが形成される。鉄のコアの中心温度が 100 億度程度になったとき、鉄の原子核が高エネルギーガンマ線にたたかれて分解をはじめ。これがひきがねとなって、超新星爆発が起こる。

第10章 星の進化のまとめ

連星系などをつくらずに、単独に存在する星の一生は、その質量のみでほぼ決まる。以下にそれをまとめておく。なお、NS (Neutron Star) は中性子星を意味し、BH (Black Hole) はブラックホールを意味する。ここで、『星が進化する』ということばを使う場合、生物の進化とは違って、ひとつの星が最初は水素を燃やし、次にヘリウムを燃やし、さらには炭素を燃やす、、、という様に、星の構造が多層構造になり、その核融合反応が次第に変化していくことを意味する。『進化』を情報量の獲得、あるいは、エントロピーの減少という意味に使うなら、星の進化もまさしく、エントロピーの減少を意味している。

星の進化にとって、『比熱が負』であるという性質は本質的に重要である。なぜなら、星の中心核が電子の縮退圧で支えられるようになると、温度が圧力に反映されないので、『比熱が正』になるが、同時に、それ以降の星の進化も止まるからである。例えば、7倍の太陽質量の星が縮退した炭素・酸素 (C+O) 白色矮星でその一生を終えるのに比べ、20倍の太陽質量の星が、さらに鉄のコアまで進化できるのは、中心核が縮退せず、常に『比熱が負』の系でありつづけるからである。

● $M < 0.08 M_{\odot}$ の星は水素の核融合反応に点火しないので、**褐色矮星**とよばれる。木星などの惑星と同じものと考えてよい。

● $0.08 M_{\odot} < M < 0.8 M_{\odot}$ の星は宇宙年齢 (150 億年) よりも主系列段階の寿命が長いので現在も中心で水素核融合反応が起きている、**主系列星**の段階にとどまっている。

● $0.8 M_{\odot} < M < 8 M_{\odot}$ の星は C+O コアが縮退し、電子の縮退圧で支えられるので、熱源のない中心核が収縮せず済む。このため中心の温度が上昇しなくてよいので、炭素から先の核融合反応が起きない。恒星風で外層を飛ばして、最後は **C+O 白色矮星**を残す。

● $8 M_{\odot} < M < 10 M_{\odot}$ の星は C+O コアが縮退しないので、熱源がない中心核を支えるため、重力収縮する。このため、中心の温度が上昇していくので、炭素が燃え、O+Ne+Mg コアができる。しかし、次の段階で O+Ne+Mg コアは縮退し、電子の縮退圧で支えられるようになる。それで、Ne 燃焼などは起こらない。しかし、コアの質量が $1.38M_{\odot}$ になると、 ^{24}Mg や ^{20}Ne 原子核は、電子を吸収して、 $^{24}\text{Mg} \rightarrow ^{24}\text{Na} \rightarrow ^{24}\text{Ne}$ や $^{20}\text{Ne} \rightarrow ^{20}\text{F} \rightarrow ^{20}\text{O}$ となった方がエネルギー

星の質量	進化の最後
$M < 0.08 M_{\odot}$	褐色矮星 (惑星と同じ)
$0.08 M_{\odot} < M < 0.8 M_{\odot}$	現在も主系列星 → 進化
$0.8 M_{\odot} < M < 8 M_{\odot}$	恒星風 → C+O 白色矮星
$8 M_{\odot} < M < 10 M_{\odot}$	電子捕獲型超新星 → NS
$10 M_{\odot} < M < 40 M_{\odot}$	鉄光分解型超新星 → NS
$40 M_{\odot} < M < 100 M_{\odot}$	鉄光分解型超新星 → BH

表 10.1: 星の進化のまとめ

ギーが低く安定する。このようにして、まわりの電子を捕獲し始めるので、電子の数が減り、そのため電子の縮退圧が減少するので、O+Ne+Mg コアは重力を支え切れず落下収縮し、最後は、**超新星爆発**を起こし、**中性子星**を残す。

● $10M_{\odot} < M < 40M_{\odot}$ の星は C+O コアの温度は高く、密度も $1M_{\odot}$ などの場合に比べ、低いので、コアは縮退せず、温度上昇が続くので、順番に C が燃え、O+Ne+Mg コア (縮退せず) ができ、O+Ne+Mg コアは重力収縮し、温度上昇し、O, Ne, Mg が燃え、S+Si コア (縮退せず) ができ、S+Si コアは重力収縮し、温度上昇し、S, Si が燃え、鉄 (Fe) コア (縮退せず) ができる。Fe コアの中心温度が 100 億度近辺になると、高エネルギーガンマ (γ) 線によって鉄の原子核が分解 ($\gamma + {}^{56}\text{Fe} \rightarrow 13\text{He} + 4\text{n}$: 吸熱反応) され、圧力が急激に減少するので、コアが落下収縮し、**超新星爆発**を引き起こし、最後は、**中性子星**を残す。

● $40M_{\odot} < M < 100M_{\odot}$ の星も Fe コアまでは縮退せず、Fe コアの中心温度が 100 億度程度に達し、高エネルギー γ 線による鉄の原子核の光分解が起こり、Fe コアが落下収縮する。しかし、残される中性子星は、中性子星の上限質量超えるので、**ブラックホール**になると考えられている。ただ、中性子星とブラックホールの境界が $40M_{\odot}$ であるかどうかは、まだ決着をみていない。

第11章 超新星爆発

突然、星が銀河と同じくらいに明るく輝く現象を超新星とよぶ。超新星が星の進化の最終段階で、星全体がふっ飛んでしまうような爆発的現象であることが分かったのは、比較的最近のことである。

爆発のメカニズムについては、大きく分けてふたつ提案されている。ひとつは、重い星の進化の最後の段階で、鉄のコアが「光分解」を起こして爆縮し、中性子星を形成するときの反動で、星の外側の部分がふっ飛んでしまうもの。これは、メカニズムの上では、「鉄の光分解型」超新星とよばれる。また、もうひとつは、連星系を作っている、炭素・酸素(C+O)コアからなる白色矮星がこなごなに爆発してしまう、「炭素爆燃型」超新星である。これは、C+O白色矮星に、相手の星からガスが降って来て、白色矮星の質量が次第に増え、チャンドラセカール限界質量(約 $1.38M_{\odot}$)になったとき、中心で炭素に火が着く。C+Oコアは縮退しているので燃焼が爆発的に起こって、星全体が吹き飛ぶ。

また、明るさの時間的変化を光度曲線と呼ぶが、この光度曲線の形と超新星のスペクトルの観測から、次のような分類がされている。I型とII型の違いは、スペクトルに水素の吸収線が見えるか見えないか、であり、Ia, Ib, Icの違いは、さらにヘリウムの吸収線が強いかどうか、あるいは、その他の元素の吸収線があるかどうか、である。II型のII-Lは光度曲線がピークの後で直線的になっているかどうか、II-Pは、光度曲線のピークの後で、平らな部分があるかどうか、で分けられている。また、1987A型はピークの光度が3等程暗く、II-PとII-Lの両方の特徴を持っている。

11.1 なぜ超新星は明るく輝くか

超新星が銀河と同じくらい明るく輝くエネルギーのものはふたつある。ひとつは、「鉄の光分解型」の超新星でおこることであるが、中性子星をつくる時の反動で、「衝撃波」が星の中心部で発生する。この衝撃波の後ろでは、物質は高温・高圧になるので、衝撃波が星の表面に到達し、

超新星の型	特徴	爆発機構
Ia	no H, Si, Fe	炭素爆燃
Ib	no H, He	鉄の光分解
Ic	no H, no He, C, Fe	鉄の光分解
II-L	H, 光度曲線 linear	鉄の光分解
II-P	H, 光度曲線 plateau	鉄の光分解
1987A	H, 暗い, plateau	鉄の光分解

表 11.1: 超新星の分類

星から抜けてしまうと、星の表面は赤色巨星の 3000 K から、数十万度へ上がると同時に、激しく膨張を始める。星の明るさは、ステファン・ボルツマンの式から、 $L = 4\pi R^2 T^4$ なので、例えば、表面温度が 3000 K から 100 倍の 30,000 K に上がったら、半径が変わらなくとも、 T の 4 乗倍、つまり 10^8 (1 億) 倍に明るくなる。さらに、爆発した星の表面は時間が経つにつれて膨張し、大きくなるので、しばらくの間星は明るくなるが、同時に、膨張するにつれて温度が下がるので、あるところでピークとなる。

ピークの後では、放射性同位元素ニッケル 56 (^{56}Ni) の崩壊熱が次第に効いて来る。放射性同位元素の崩壊は確率的に起きるので、半減期約 77 日の割合で明るさは次第に暗くなって来る。横軸に時間をとり、縦軸に明るさ (光度 L の対数、 $\log_{10} L$) をとると、暗くなり方は直線的になる。今、放射性同位元素の質量を $M(\text{Ni})$ とおくと、出て来るエネルギーの量は、質量に比例するから、

$$L \propto M(\text{Ni}) \propto 2^{-t/77}, \quad (11.1)$$

と書ける。ここで、時間 t は日ではかるものとする。この両辺の常用対数をとって、等級の定義式を使うと、

$$\begin{aligned} m - m_0 &= -2.5(\log L - \log L_0) = 2.5 \times (t/77) \log 2 + \text{constant} \\ &= 0.0098 \times t + \text{constant}, \end{aligned} \quad (11.2)$$

となり、100 日で約 1 等級暗くなる。

11.2 超新星の意味するもの

宇宙が生まれた時、水素とヘリウムのみしかなかった。超新星爆発の意味は、星の内部で作られた重元素 (原子番号がヘリウムより上の元素を重元素という) が、そのままでは星の内部に閉じ込められたまま出てこれないので、宇宙空間にばらまかれるためには、超新星爆発を必要とする、ということにある。「鉄の光分解型」超新星はシリコンや炭素、窒素などを主に宇宙空間にばらまく。逆説的ではあるが、重い星の鉄のコアは中性子星になるか、ブラックホールになってしまうので、鉄はあまり出て来ない。それに対して、「炭素爆燃型」超新星は炭素が燃えた後で、温度が高くなった時の核種平衡状態で鉄が作られるので、鉄を多く出す。それ以外にはシリコンなどが多い。「鉄の光分解型」超新星と「炭素爆燃型」超新星をある割合で混ぜると、現在の太陽の重元素量がほぼ説明できる。逆に考えると、このことから、炭素より重い元素がほぼ超新星起源であることが分かる。

また、鉄より重い元素の大部分もこの超新星爆発時につくられる。鉄が高エネルギーガンマ線によって分解を受けると、陽子や α 粒子 (ヘリウムの原子核と同じ) とともに大量の中性子がでてくる。この中性子の強力な流れに鉄の原子核がさらされると、中性子を次々に原子核に取り込み、金やウランなどの鉄より重い貴重な原子が形成されるのである。

第12章 中性子星

「鉄の光分解型」超新星爆発の後に残されるものは、中性子星である。太陽と同じ程度の質量が半径 10 km ほどの空間に押し込められると、陽子が周りの電子を捕獲して中性子になったほうがエネルギー的に安定になる。超新星爆発時に陽子の中性子化が起こり、たくさんのニュートリノが放出される。



したがって、できた中性子星は、ごく表面近くの薄い層 (鉄の地殻の部分) を除くとほとんどが中性子からできている。また、チャンドラセカール限界質量 ($1.38 - 1.4M_\odot$) よりも重いので、電子の縮退圧で支えるわけにはいかない。(もともと、電子の縮退圧で支えられないので、爆縮して中性子星になった。) 中性子星を支えるのは、中性子の縮退圧である。中性子の縮退圧は電子の縮退圧と同じ式でかける。電子の質量 m_e を中性子の質量 $m_n \approx H$ (水素原子の質量) で置き換えれば、式 (6.12) が使える。しかし、非常に重力が強くなるので、実際に中性子星の構造を求めるには、一般相対性理論の枠内で考える必要がでてくる。ここで、重力が強いとは、中性子星からの脱出速度が光速に近くなっていることから分かる。今、脱出速度は、

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \quad (12.2)$$

で与えられるので、これと光速の比は、

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{2GM}{Rc^2}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-8} \times 2 \times 10^{33}}{1 \times 10^6 \times (3 \times 10^{10})^2}} = 0.54, \quad (12.3)$$

と 1 に比べても無視できない程大きくなる。したがって、このような場合には「重力が強い」といい、一般相対性理論の枠組の中で釣り合いの式を解かねばならない。これに比べると、太陽表面の重力の強さは、

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{R_\odot c^2}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-8} \times 2 \times 10^{33}}{6.96 \times 10^{10} \times (3 \times 10^{10})^2}} = 0.002, \quad (12.4)$$

と非常に小さい。したがって、太陽のような星の構造を計算するには、一般相対性理論の影響は考えなくとも良い。

12.1 連星系の星の質量

現在のところ、中性子星の中心部のような高密度の物質についての状態方程式は良く分かっていない。このため中性子星の上限質量についてはいくつかの違った値が提案されている。しかし、 $2M_\odot$ を超えるような質量の中性子星はないと考えられている。中性子星が連星系を作っている場合には、公転周期と公転速度が分かれば、中性子星の質量が分かる場合がある。今、簡単のため

に二つの星が円軌道をとって、お互いの周りを回っているとす。星の質量を M_1, M_2 として、公転周期を P 、二つの星の距離を a 、重心からのそれぞれの星までの距離を a_1, a_2 とすると、公転の角速度を Ω とすると、この時の重力と遠心力の釣り合いの式から、

$$\Omega = \frac{2\pi}{P}, \quad (12.5)$$

$$M_1 a_1 \Omega^2 = \frac{GM_1 M_2}{a^2}, \quad (12.6)$$

$$M_2 a_2 \Omega^2 = \frac{GM_1 M_2}{a^2}, \quad (12.7)$$

となり、それぞれを M_1, M_2 で割り、辺々足し算すると、

$$a = a_1 + a_2, \quad (12.8)$$

の関係を使って、

$$a \Omega^2 = \frac{G(M_1 + M_2)}{a^2}, \quad (12.9)$$

となる。また、公転速度が分かっていると、軌道面の傾きを α として、

$$v_1 = a_1 \Omega \sin \alpha, \quad (12.10)$$

$$v_2 = a_2 \Omega \sin \alpha, \quad (12.11)$$

の関係式がある。辺々足し算し、

$$v_1 + v_2 = a \Omega \sin \alpha, \quad (12.12)$$

を得る。一般には、軌道面の傾き (α) が分からないことが多いが、他の理由から分かっているとすると、軌道周期から Ω が分かり、(12.12) 式から、 a が求まるので、これを式 (12.9) に代入すると、 $M_1 + M_2$ が求まる。さらに、辺々割算すると、

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{M_2}{M_1}, \quad (12.13)$$

となり、質量比が分かる。

12.2 パルサー

非常に正確な周期で電波のパルスを出す天体が発見された時、宇宙人の信号と考えた人もいた。しかし、現在ではこれは強力な磁場 (10^{12} ガウス) をもった高速回転する中性子星だと考えられている。連星の片方が中性子星の場合、連星パルサーあるいはバイナリ・パルサー (binary pulsar) と呼ばれる。電波のパルスは非常に正確な時計とみなせるので、軌道運動によって、パルサーが近づく時には、パルスの周期が短くなり、遠ざかる時には長くなる。このことから、連星パルサーの軌道運動がかなり高い精度で分かる。

PSR 1913+16 は連星パルサーであるが、どちらの星も中性子星であることがわかっている。この連星系の特徴は軌道が楕円軌道で、その楕円軌道の近日点 (正確には近星点というべきか) が一般相対性理論の効果で時間と共に動いていくことが長い時間の観測から判明している。この観測の結果は、一般相対性理論の予言する値と観測の誤差の範囲内で一致している。観測時間が延びれば延びる程、この精度が上がっている。現在、一般相対性理論のもっとも正確な検証は、このバイナリー・パルサーの近星点移動である。

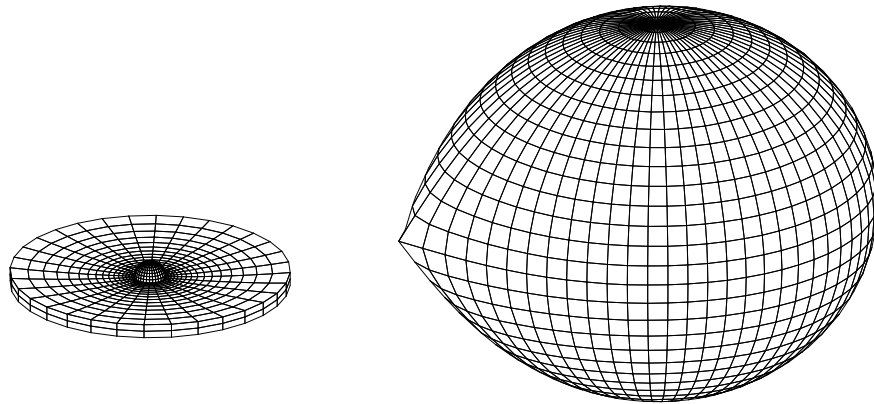


図 12.1: 自己重力圏のロッシュローブ (Roche lobe) をあふれたガスは相手の星に降り注ぐ。ガスは、角運動量をもっているのでまっすぐには落ちられず、相手の星の周りに降着円盤を形成する。

12.3 X線バースター

中性子星と普通の星 (主系列星や赤色巨星など) が連星系をつくっている場合、普通の星が自分の重力圏であるロッシュ・ローブを満たすと、あふれたガスはロッシュ・ローブのくびれたところ (L_1 点と呼ぶ) を通って、中性子星に流れ込む。ガスは、中性子星の周りに降着円盤と呼ばれる円盤構造をつくり、角運動量を失うにつれて中性子星に降り積もって行く。中性子星の表面重力は非常に大きいので、重力エネルギーが解放されるためにガスは表面でも百万度以上の高温になる。このために中性子星連星は非常に強い X 線源になっている。降り積もったガスは定常的な水素燃焼を起こし、次第にヘリウムがたまって来る。ヘリウムがある程度たまると、ヘリウム層の底に火が着き、爆発的なヘリウム燃焼が起きる。これが、X 線バーストと呼ばれる現象である。このように、重力が強い、コンパクトな系では、高エネルギー現象が起き、強い X 線が放射される。

第13章 ブラックホール

星の表面での重力が極端に大きくなった場合、脱出速度が光速になってしまうような時には、一般相対性理論の枠組で考えなければならないが、今しばらくは、ニュートン力学の範囲内で、アナロジーを使って説明する。半径 R で、質量 M の星の表面からの脱出速度は、

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \quad (13.1)$$

で与えられるので、これと光速の比が 1 になる場合のある特別な半径 r_g は、

$$1 = \frac{v}{c} = \sqrt{\frac{2GM}{r_g c^2}}, \quad (13.2)$$

より、

$$\begin{aligned} r_g &= \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-8} \times 2 \times 10^{33}}{(3 \times 10^{10})^2} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \\ &= 2.96 \times 10^5 \text{cm} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) = 3 \text{km} \left(\frac{M}{M_\odot} \right), \end{aligned} \quad (13.3)$$

で与えられる。つまり、太陽程度の質量が半径 3 km の球につまってしまうともうその表面からは、光が脱出できなくなる。このようにしてきまる半径を重力半径あるいはシュバルツシュルト半径という。

13.1 ブラックホールと潮汐力

ブラックホールに人間が真つ逆さまに吸い込まれることを考えて見よう。簡単のために、頭と足に 30 kg ずつの重りがあり、そのふたつの重りを伸びない、長さ ℓ ($= 170$ cm) の紐でつないでいるというモデルを採用する。紐にかかる張力を T として、頭と足のふたつの物体の運動を記述すると、頭は

$$ma = -\frac{GMm}{r^2} + T, \quad (13.4)$$

であり、足は

$$ma = -\frac{GMm}{(r+\ell)^2} - T, \quad (13.5)$$

となる。ここで、 a は加速度、 m は質量、 r はブラックホール中心からの距離であり、 T は張力である。このふたつの式から辺々を引き算すると、

$$2T = \frac{GMm}{r^2} - \frac{GMm}{(r+\ell)^2}, \quad (13.6)$$

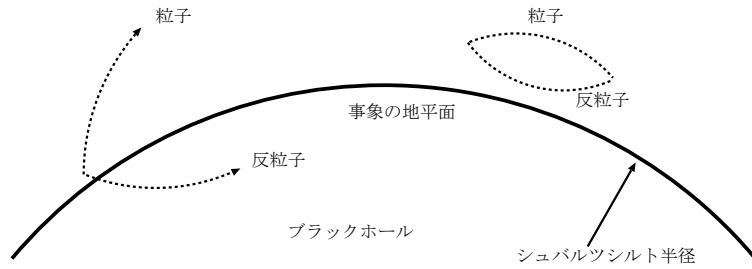


図 13.1: ブラックホール蒸発のメカニズム

となる。人間の身長はブラックホールまでの距離に対して十分小さいと見なせる ($l \ll r$) ので、上の式は

$$T = \frac{GMm\ell}{r^3}, \quad (13.7)$$

となる。

今、人間の体は1トンの引っ張り力に対して引きちぎられてしまうとした場合、質量が太陽と同じブラックホールに対して、人間はどこまで近づけるか。実際に数値を代入すると、

$$r = \left(\frac{GMm\ell}{T} \right)^{1/3} = \left(\frac{6.67 \times 10^{-8} \cdot 1.99 \times 10^{33} \cdot 30000 \cdot 170}{1000 \cdot 1000 \cdot 980} \right)^{1/3} = 8.8 \times 10^7 \text{ cm} = 880 \text{ km}, \quad (13.8)$$

となり、880 km まで近付くと、潮汐力のために体が引き裂かれてしまう。シュバルツシルト半径は、3 km だから、シュバルツシルト半径のずいぶん手前で、バラバラになってしまう。

もし、銀河中心に存在すると思われる巨大ブラックホールだとすると、その質量を太陽の1億倍として、人間は $r = 41$ 万 km まで大丈夫である。シュバルツシルト半径は質量に比例するので、3億 km であるから、この場合は、人間は、シュバルツシルト半径の十分内側まで、生きたまま入って行くことができる。ただし、帰ってくることはできない。

13.2 ブラックホールの蒸発

量子力学のハイゼンベルクの不確定性理論によれば、非常に短い時間 (Δt) であれば、あるエネルギー (ΔE) を持った粒子・反粒子の対が生成して消滅することが可能である。

$$\Delta t \cdot \Delta E \sim h, \quad (13.9)$$

ここで、 h はプランク定数。したがって、ブラックホールのシュバルツシルト半径のすぐ近くで、粒子・反粒子の対生成があり、そのうちたまたま反粒子がシュバルツシルト半径の内側に、粒子が外側に出てくるとあたかもブラックホールから、粒子が飛び出て来たように見える。実際に、シュバルツシルト半径の近傍でおこるこの種の現象はまったく確率的に起こるので、統計力学的な処理が必要であるが、そのような統計的な処理をすると、ブラックホールは、ある温度が定義できて、その温度 T_B で星と同じように黒体輻射をするということが導ける。(ブラックホールをはじめ量子論的に扱って、ブラックホールの表面温度を定義したのはホーキングである。) こ

の温度は、

$$T_B = \left(\frac{\hbar c^3}{8\pi k G} \right) \frac{1}{M_{\text{BH}}} = 6.2 \times 10^{-8} \left(\frac{M_{\odot}}{M_{\text{BH}}} \right) \text{ K} = 1.2 \times 10^{26} \left(\frac{1 \text{ g}}{M_{\text{BH}}} \right) \text{ K}, \quad (13.10)$$

となる。ここで、 $\hbar = h/2\pi$ である。例えば、1 グラムのブラックホールの温度は、 $T = 1.2 \times 10^{26}$ と非常に高い。このような高温で輻射を出すとして、その光度は

$$L = 4\pi r_g^2 \sigma T_B^4 = \frac{\sigma \hbar^4 c^8}{256\pi^3 k^4 G^2} \left(\frac{1}{M_{\text{BH}}} \right)^2 = 3.6 \times 10^{45} \left(\frac{1 \text{ g}}{M_{\text{BH}}} \right)^2 \text{ erg/s}, \quad (13.11)$$

となる。この光度で、どのくらいの時間光ってられるかを見積もると、

$$\begin{aligned} t &= - \int_M^0 \frac{c^2}{L} dM = \int_0^M \frac{256\pi^3 k^4 G^2}{\sigma \hbar^4 c^6} M^2 dM \\ &= \frac{256\pi^3 k^4 G^2}{3\sigma \hbar^4 c^6} M^3 \\ &= 8.3 \times 10^{-26} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{1 \text{ g}} \right)^3 \text{ s} \\ &= 2.6 \times 10^{-33} \left(\frac{M_{\text{BH}}}{1 \text{ g}} \right)^3 \text{ yr}, \end{aligned} \quad (13.12)$$

となる。つまり、1 グラムのブラックホールは温度が非常に高く、また光度も非常に明るい、 $t = 8 \times 10^{-26} \text{ s}$ という短い時間で周りに輻射を出して、最後に無くなってしまふ。このように非常に高温のブラックホールが輻射を出して消えてしまうことをブラックホールの蒸発という。

高さが1000メートル程度の山がブラックホールになったと考えると、 $M = 5 \text{ g/cm}^3 \times (100000 \text{ cm})^3 = 5 \times 10^{15} \text{ g}$ となるから、温度は $T_{\text{BH}} = 2.4 \times 10^{10} \text{ K}$ となり、蒸発までの時間は、 $t = 3 \times 10^{14} \text{ yr}$ となって、宇宙年齢よりも長い時間がかかる。したがって、 $M_{\text{BH}} > 2 \times 10^{14} \text{ g}$ なら充分長い時間光ってられるので、蒸発してなくなってしまうことはない。もし、宇宙の初期に形成された、 $M_{\text{BH}} > 2 \times 10^{14} \text{ g}$ のブラックホールなら現在まで生き残っている可能性がある。このように、小さいけれど現在まで生き残っているブラックホール(があるかどうかは不明であるが)をミニブラックホールとよぶ。

13.3 ブラックホール候補天体

現在、ブラックホールが存在する可能性が非常に高い天体として、Cygnus X-1 に代表される、連星 X 線星と、系外銀河 NGC 4258 に代表される、銀河中心核がある。

連星 X 線星になぜ、ブラックホールが存在するといわれるようになったかは、次のような推理による。まず、可視光で見えない天体と可視光で非常に明るい青色巨星の連星系であることから、青色巨星の輝線のドップラー効果を測定する。これより、公転速度が分かる。(軌道の傾斜角 $\sin i$ が掛かった速度である。) このことから、連星系の質量比を含む、関係式が分かる。これを質量関数という。また、軌道周期からトータルな質量が分かる。次に、巨星がどのような星であるかが分かっているので、この巨星の質量が $15 M_{\odot}$ と推定できる。もし、連星系の質量比が $q = M_{\text{HB}}/M_{\text{giant}} > 0.2$ ということが分かれば、この見えない方の星の質量は、 $3 M_{\odot}$ よりも重くなり、このような白色矮星、あるいは中性子星は存在しないから、ブラックホールである可能性が非常に高くなる。このようなことから、Cygnus X-1 をはじめとする十数個のブラックホール候補天体が指摘されている。

系外銀河の中心核に存在するブラックホールは、電波の水メーザの観測から分かった。水メーザ源のドップラー効果を測定すると、連星系と同じようにどのような速度で回転しているかが分かる。もし、水メーザ源が銀河中心核の周りにケプラー回転していると、考えると、銀河中心核にある質量が

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM_r}{r^2}, \quad (13.13)$$

より、

$$M_r = 7 \times 10^7 M_\odot \left(\frac{v}{1000 \text{ km/s}} \right)^2 \left(\frac{r}{1 \text{ 光年}} \right), \quad (13.14)$$

と求まる。また、水メーザの空間分布から、それがどのくらい狭い領域に分布しているかも分かる。もし、銀河中心核からの半径が $r = 0.4$ 光年なら、銀河中心にある質量は、 $M_r = 3 \times 10^7 M_\odot$ ということになる。したがって、非常に狭い領域に非常に大きな質量が詰まっていることが分かった。この質量が全部星だと考えると、星はお互いどうしがぶつかりあって壊れてしまい、長い時間存在できない。したがって、星ではありえない。星以外で考えられるのは、巨大ブラックホールしかない。もちろん、活動的な銀河中心核からは、非常にエネルギーの大きなジェットなどが吹き出しているのが観測され、このようなジェットを生み出すメカニズムとして銀河の中心に巨大な ($10^6 - 10^8 M_\odot$) ブラックホールが存在することは理論的にも予測されている。

第14章 銀河・星団の構造と進化

14.1 球状星団の構造

星団中の星は、他の星からの重力のみを感じて運動している。したがって、1個1個の星の軌道(エネルギーと角運動量で決まる)がまったくランダムになっていれば、特別な方向というものは無いので、全体として見れば、ほぼ球状になっているはずである。このような星団の代表例が球状星団である。

14.2 銀河の構造

銀河の形態を分類したハッブルによれば、銀河は楕円銀河、棒状渦巻銀河、渦巻銀河、これらに属さないものとして、不規則銀河に分かれる。ハッブルは楕円銀河から渦巻銀河への銀河進化を提案したが、現在では、これらの銀河の形態は、銀河が生まれた時にほぼ決まっているのであって、銀河が進化してその構造を変化させるとは考えていない。

楕円銀河は、球状星団と同じように、1個1個の星のランダムな軌道がその形を決めている。このランダムさの程度が球状星団とは違って、完全にランダムではなくて、ある軸方向への依存性があるために、3軸不等楕円体の形になっている。渦巻銀河は、中心部にバルジとよばれる膨らみを持ち、外側にレコードの円盤のように薄くて広がった円盤部を持っている。棒状渦巻銀河は、バルジの部分が楕円銀河のように大きく球からずれて、ラグビーボールのように変形している銀河である。なぜ、このような差異が生まれるのかの原因については、明らかになっていない。

円盤部については、星の軌道はほぼ円であり、重力と遠心力が釣り合って、土星の輪のように銀河の中心の周りを回転していると考えて良い。また、円盤部の星の軌道が土星のようにきちんと赤道面に揃っていなくて、すこしバラバラになっている。このために、円盤部に厚みが生まれている。

14.3 HR図と星団の年齢

星団の星は過去のある時間に一度に生まれたと考えられる。星の進化は、重元素の含有量や星の質量によってほぼ決定できるから、ある時間後の星のHR図上の位置を計算できる。このような星の位置を連ねた線を等時線という。実際に星団のHR図を理論的に求めた等時線と合わせてみると、その星団の年齢を推定することができる。

このようにして、求めた星団の年齢のうち、最も古いものは球状星団である。われわれの銀河系の球状星団のもっとも古いものは、約150–170億年経っていると言われている。宇宙ができて後にわれわれの銀河系もできたはずだから、この球状星団の年齢を信ずれば、宇宙の年齢は、約150億年より古いということになる。しかし、後で述べるようにハッブル定数より決める宇宙の年齢(80–120億年)とは、現在のところ相容れない。

14.4 銀河の年齢

銀河の場合に、星は常に生まれては死んで行くので、星団と同じように等時線を HR 図上で比較して年齢を決めることはできない。したがって、銀河の年齢は、その銀河の球状星団のうち、最も古いものの年代を採るのが妥当であろう。実際に、われわれの銀河系の球状星団のうち、もっとも年齢の古いものの重元素量は、非常に少なく ($Z = 10^{-4}$ 程度)、少し年齢が若いと、重元素量が現在の値 ($Z = 0.02$) に近くなる。このことは、銀河の非常に初期の段階で、銀河系のガスが超新星爆発により、急速に重元素に汚染されていったことを示している。

14.5 原始銀河の探索

銀河がどのようにして誕生したのかを明らかにするには、誕生しつつある銀河を直接観測することが必要である。では、原始銀河とはどのようなものなのであろうか。実は、これが未だに良く分かっていないのである。原始銀河は、宇宙の極初期に誕生したはずなので、いまよりもずっと宇宙のサイズが小さかったところを見る必要がある。クエサーは、非常に活動的な銀河の中心核であろう考えられているが、最も遠くのクエサーは、赤方偏移 5 程度である。これは、宇宙のサイズが今の 6 分の 1 であった頃のものを見ているのである。このように、昔を見るということは、可視光の光でも、赤外線領域に来てしまう。赤外線ですできるだけ遠くのものを見る、ということが必要になるのである。今ハッブル宇宙望遠鏡のもっとも重要なターゲットは、この原始銀河の観測である。

第15章 膨張宇宙と銀河の形成

15.1 ビック・バン宇宙の観測的証拠

宇宙が膨張しているということが分かったのは、1930年代にアメリカの天文学者ハッブルによって、遠くの銀河ほど、その距離に比例して、速く遠ざかる

$$v = \frac{dr}{dt} = H_0 r, \quad (15.1)$$

という事実が見出されてからである。ここで、 r は銀河間の距離である。また、膨張速度がほぼ一定だったと仮定すれば、

$$t = \frac{r}{v} = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{75 \text{ km/s/Mpc}} = \frac{3.09 \times 10^{16} \cdot 10^6}{75 \times 10^3} \text{ (s)} = 1.3 \times 10^{10} \text{ yr}, \quad (15.2)$$

と宇宙が1点から出発した時の、宇宙の年齢がハッブル定数の逆数で表せる。ハッブル定数を75 km/s/Mpc とした場合に、宇宙の年齢は約130億年と大雑把に見積もれる。その後、ペンジアスとウィルソンによって3 K 宇宙背景放射 (3 K cosmic background radiation) が1960年代に発見され、宇宙がビック・バンにより始まったということも明らかにされた。現在の宇宙像 — ビック・バンにより始まり、今なお膨張する宇宙 — は (1) ハッブル則、(2) 3 K 宇宙背景放射、(3) ヘリウムの存在量、という三つの観測的裏付けを持つ。

ハッブル則は、現在の宇宙膨張を銀河の後退速度から直接示したものである。3 K の宇宙背景放射は、ビックバンの高温の名残りを現在観測しているということができる。これは、ビックバンで始まった宇宙が、光に対して透明になった時 (宇宙の晴れ上がり)、宇宙はまだ熱く、約3000 K の黒体放射で満たされていた。この時から、宇宙は約1000倍膨張し、現在に至っている。ウィーンの変移則によれば、黒体放射の波長と温度には $\lambda T = \text{一定}$ の関係がある。もし、宇宙が1000倍膨張したなら、波長 λ も1000倍になっているはずで、そうすると、温度が3000 K の1000分の1になっていないとおかしい。実際、現在の宇宙を満たしている黒体放射の温度は3 K である。うまく、つじつまはあっている。最後の、ヘリウムは水素と同じく、どの銀河、あるいは星団、あるいは星、を見ても、ある量 (重量比で約25%) より多く存在している。これは、ある最低量のヘリウムは星のなかで核融合反応で合成されたのではなく、宇宙が生まれた時に、水素と同時に作られたとしないとつじつまが合わない。ここでは、膨張宇宙の中で、銀河や銀河団、あるいは、超銀河団が、どのように誕生したのかを概観する。

15.2 膨張宇宙の性質

膨張する宇宙を記述する方程式は、アインシュタインの一般相対性理論に従う。しかし、そのエッセンスを理解するには、ニュートン力学の範囲でも十分なので、ここではアナロジーとして、膨張宇宙をニュートン力学の範囲内で記述する。

今、宇宙を半径 R の密度一様の球として表現する。この場合の半径 $r = R$ の位置での重力の大きさは、 $-GM/R^2$ だから、重力以外に力が働かなければ、宇宙の運動を記述する方程式は、

$$\frac{d^2R}{dt^2} = -\frac{GM}{R^2}, \quad (15.3)$$

となる。この式は両辺に dR/dt を掛けると、簡単に積分できて、

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{GM}{R} + C_1, \quad (15.4)$$

となる。ここで、 C_1 は積分定数であるが、

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{GM}{R}, \quad (15.5)$$

と書き換えると、系の全エネルギーを表している。ここで、

$$3 \text{つの場合} = \begin{cases} E > 0 & , \text{ (永久に膨張)} \\ E = 0 & , \text{ (無限大で膨張止まる)} \\ E < 0 & , \text{ (途中で収縮を始める)} \end{cases} \quad (15.6)$$

となる。さらに、 $M = 4\pi R^3 \rho / 3$ であることと、ハッブルの膨張則である、 $H_0 = (dR/dt)/R = d \ln R / dt$ を使うと、

$$\frac{E}{R^2} = \frac{1}{2} (H_0)^2 - \frac{4}{3} \pi G \rho, \quad (15.7)$$

と書けるので、結局、ある臨界密度 ρ_{crit} があって、

$$\rho_{\text{crit}} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}, \quad (15.8)$$

と置いて、

$$3 \text{つの場合} = \begin{cases} \rho < \rho_{\text{crit}} & , \text{ (永久に膨張)} \\ \rho = \rho_{\text{crit}} & , \text{ (無限大で膨張止まる)} \\ \rho > \rho_{\text{crit}} & , \text{ (途中で収縮を始める)} \end{cases} \quad (15.9)$$

となる。これは、宇宙の平均密度が大きければ、重力が強くなり、膨張している宇宙を引き戻し、ついには、収縮に転じてしまうという簡単なことを表現している。

現在のところ、宇宙は $E = 0$ であると考えられている。この場合、方程式 (15.5) は、

$$\frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \quad (15.10)$$

と簡単になるので、現在まで膨張に要した時間、つまり宇宙年齢 t は

$$\int_0^t dt = \int_0^R \sqrt{\frac{R}{2GM}} dR, \quad (15.11)$$

より、

$$t = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{R^3}{2GM}} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \right)^{-1} = \frac{2}{3} \frac{1}{H_0}, \quad (15.12)$$

となる。

15.3 膨張宇宙における密度ゆらぎ

膨張宇宙において、極初期に存在した密度ゆらぎが成長して、現在の銀河や銀河団の種をつくったと考えられている。宇宙はビッグバンとともに、高温高密度の状態から始まった。膨張するにつれて、温度密度ともに減少し、それとともにいろいろな素粒子反応が凍結されてくる。この時、水素とヘリウムが合成された。重量比で75%が水素であり、残りの25%がヘリウムであったろうと考えられる。その後、さらに10万年ほど経過し、宇宙の温度が3000度程度まで下がった時、それまでバラバラでプラズマ状態であった電子と原子核は結合して、中性原子になった。この時点で、宇宙を満たしていた輻射は、自由電子による散乱を受けなくなったので、宇宙をずっと遠くまで光で見通せるようになる。これが**宇宙の晴れ上がり**であり、この後、ガスは放射冷却により冷えることができるようになる。

一部のガスを圧縮して、密度と温度をあげると、その部分の圧力が周りの圧力よりも高くなるので、膨張し、もとの密度と温度にもどる。このような場合は、ガスは安定で、天体が生まれてくることはない。しかし、ある条件を満たすと、収縮して密度が上がった部分の重力が大きくなり、圧力勾配にうちかかってしまう場合がある。こうなると、ガスはどんどん収縮し、密度は上がる一方になる。このような不安定現象を、**ジーンズ (Jeans) の重力不安定**とよぶ。ジーンズの重力不安定がおこり、ガスが塊をつくると、解放された重力エネルギーを放射の形で逃す。すると、さらに収縮し、次々に銀河や星などの天体が生まれることができるようになった。

現在、宇宙には、**見えない質量 (dark matter)** が存在していると考えられている。ダークマターは光と相互作用しないので、宇宙の晴れ上がりより以前に、ジーンズの重力不安定でもって、ある程度の塊をつくっていたはずである。このダークマターのたまっている場所は、重力がその分だけ強くなっているので、晴れ上がり後の原子などの見える質量(これをバリオンという)が落ちていくはずである。温度の低いダークマターは、ジーンズ不安定のサイズが小さい(ジーンズ波長が短い)ので、小さいサイズの天体ができやすい。このように温度の低いダークマターの密度ゆらぎを元にして比較的サイズの小さい天体が先に形成される状況を、**コールド・ダークマター・シナリオ (cold dark matter scenario)** という。現在は、このコールド・ダークマター・シナリオが観測をより良く説明すると考えられている。また、ゆらぎの一部を COBE という宇宙背景放射観測衛星が捉えることができたので、宇宙初期のゆらぎの存在は実証されたと考えて良い。最近、WMAP という衛星が上がり、宇宙背景放射のゆらぎを COBE に比べるとはるかに正確に測定することができるようになった。この結果、宇宙膨張のモデルをある程度限定することができ、宇宙年齢が約140億年程度であることが明らかになった。

これらの観測結果と宇宙膨張モデルを比較することで、宇宙の初期ゆらぎから出発して、大規模構造、銀河団、銀河がどのように形成されてきたのかのおおまかな道筋はある程度分かってきた。ただし、個々の銀河形成の道筋には未だ判明していないことも多い。

第16章 惑星系の形成と惑星上での生命の発生

太陽系がどのようにして形成されたかの研究は、思弁的にはカントやラプラスの時代から行なわれてきたが、科学的かつ定量的な研究は以外に遅く、1970年代以降になってから始まった。これは、ほぼ恒星進化論が解明された時期と一致している。星の進化論や構造論を土台にして、1980年代には惑星形成論の標準モデルとよばれるものが成立した。ここでは、1980年代に成立した標準モデルに従って、太陽系形成を概観する。

16.1 現在の太陽系

現在の太陽系の構造は、大雑把には、以下のようになる。

- **地球型惑星:** 水星、金星、地球、火星。地球型惑星は、基本的に岩石と金属鉄からなり、中心に金属鉄のコア、その周りを岩石の地殻が覆っている。組成から言えば、地球型惑星全体が、木星型惑星のコアに相当している。
- **小惑星帯:** 火星と木星の軌道の間が存在する質量の小さな惑星
- **木星型惑星:** 木星、土星、天王星、海王星、冥王星。木星型惑星の組成と構造は太陽系の起源を考える上で重要であり、かつ、示唆に富む。木星型惑星の質量は地球の15倍から300倍の質量を持ち、太陽と似た組成(水素とヘリウムが主体)の大気を持つ。これは、原始太陽系星雲のガスがそのまま取り込まれたと考えて良い。また、中心には、ヘリウムより重い元素が主体の核(コア)が存在する。このコアの質量は、地球の数倍から10倍程度。
- **カイパー帯:** 冥王星の外側を回っている短周期彗星のもとになる微小な氷の天体
- **オールト雲:** カイパー帯の外側に存在すると考えられている長周期彗星のもとになる微小な氷の天体。

地球型惑星の大気は、木星型惑星の大気のように原始太陽系星雲のガスをそのまま取り込んだのではなく、原始のガスは宇宙空間に逃げ去ってしまい、隕石などの固体の惑星材料物質から脱ガス作用で出て来たものが現在の地球大気のもとになっている。また、最も古い隕石の年代は、45.66億年であることが分かっているから、太陽系の形成はこれより以前に起こった。惑星のもとになった微惑星の形成が、45.627億年であることが別の隕石の年代測定から判明している。したがって、太陽系形成後、約300万年後にもっとも古い小天体が形成されたことになる。また、地球の年代は、鉛同位体の測定から、45.5億年以前ということがわかっているから、地球型惑星は、太陽系形成から1千万年程度の時間のうちに起こったことになる。

16.2 星間雲の収縮・原始星・Tタウリ型星

分子雲(水素分子の密度 $50 \text{ 個}/\text{cm}^3$)の中の密度の濃い部分の分子雲コアの内部で重力収縮が起こる。(ジーンズの重力不安定。)分子雲コアの収縮は放射冷却の効率が良いのではじめは等温状態のまま収縮する。次第に中心部の密度が高くなり、輻射に対して不透明度が増していく。解放された重力エネルギーを放射冷却で出せなくなって来ると中心の温度が上昇する。この段階から原始星とよばれる。 $10^5 \sim 10^6$ 年くらい経過すると、ガスと塵は中心星に落ち込むか、あるいは双極分子流とよばれる星風で吹き飛ばされる。このため、中心星が可視光で輝くようになり、Tタウリ型星とよばれる。(Tタウリは牡牛座T型星という名前がついた変光星であるが、この星と同じような変光を示すものを総称して、Tタウリ型星という。)星の収縮に伴って中心温度は次第に上昇し、ついに水素のpp-チェーンに火が着く。太陽程度の質量であれば、 3×10^7 年くらい経った時である。

中心星に向かって落下してくるガスや塵が角運動量を持っている場合、中心星の周りに降着円盤を形成する。ここでは、ある時点で中心星へのガスの降着は終り、比較的質量の小さな円盤が星の周りの残ると考える。このような円盤は、星に向かって落下しないので、自分自身では重力エネルギーを解放しない。したがって、光としてもそれは星からの輻射を吸収して、再放出するだけの受動的な円盤である。惑星系の形成はこのような受動的な円盤部内で起こったと考えられる。なぜなら、落下しつつある円盤では、重力エネルギーの解放のため、温度が高く、乱流などが発生し、塵などが赤道面に沈殿しないので、以下に述べるジーンズ重力不安定が起きず、微惑星が形成されないからである。

16.3 惑星形成論の標準モデル

- **原始惑星系円盤の形成 (1):** 現在の太陽系の成分から類推した原始太陽系星雲の質量は、太陽質量の約1.3%である。
- **塵の沈殿と成長 (2):** 原始惑星系円盤が形成されると、その中の塵の密度が大きくなり、塵同士が合体成長を始める。さらに、塵はガスの熱運動によってたたかれ、ブラウン運動をしたり、またガスの抵抗を受けるが、長い時間の間に、重力に引かれて、赤道面に向かって沈降を始める。この合体や沈降の時間は、1 AU (地球軌道)のところで、2000年、5 AUのところで、4000年、30 AUで4万年となる。
- **微惑星の形成 (3):** 塵が赤道面に集まって来ると、塵同士の重力が無視できなくなる。お互いの重力のために集まって来て塵の団子ができる。これを微惑星とよぶ。ランダムな運動に抗して、自己重力のために塵が集まって来る不安定を、ジーンズの重力不安定と呼ぶ。
- **惑星集積 (3-4):** 微惑星同士が衝突合体し、次第に質量の大きな原始惑星に成長して行く。この成長の仕方は、質量の大きな微惑星ほど、周りの微惑星をたくさん食べて大きくなる暴走成長であることが最近の研究により分かった。周りに食べるべき微惑星がなくなった時、成長がストップする。成長は、内側の軌道にある惑星の方が速い。
- **太陽組成の原始惑星大気の形成 (4):** 原始惑星の質量が次第に大きくなるにつれて、惑星表面の重力が大きくなる。ガスの熱運動のエネルギーが重力ポテンシャルよりも小さくなると、ガスの熱運動では脱出速度に満たなくなる。この時、原始太陽系円盤のガスは、原始惑星に捉えられてしまう。つまり、 $(GM/R) > (kT/\mu m_a)$ となると、惑星は太陽組成のガス

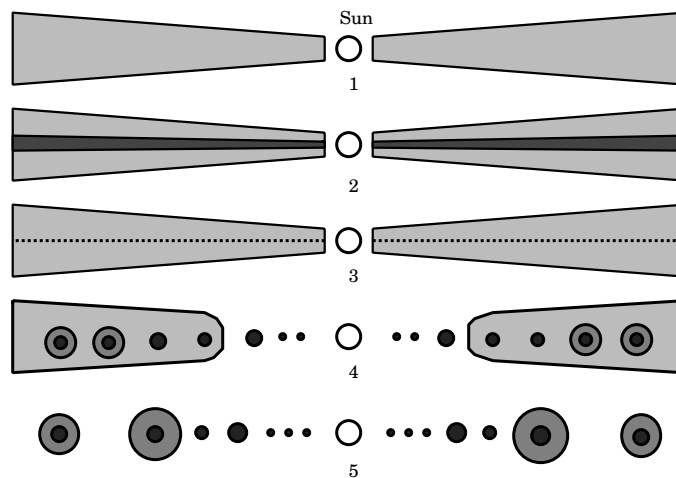


図 16.1: 太陽系惑星の形成過程

を自分の周りに大気としてもてるようになる。このようにして、木星型惑星は太陽組成の原始大気を持つことができた。これに反して、地球型惑星は、太陽に近いからガスの温度が高い、また、原始惑星の質量が小さい、ということから、上の条件を満たせず、太陽組成の原始大気をもてなかった。

- **原始太陽系星雲の消失 (5):** 木星や土星が大気を形成した後に、なんらかのメカニズムが働いて、原始太陽系星雲のガスを散逸させた。この原因となる物理過程がいくつか考えられているが、現在確定的な解答は得られていない。

16.4 惑星上での生命の発生

地球上での生命は地球上で発生したと考えるのが妥当であろう。(もちろん他の惑星系から飛来したことを否定はできないが。) 次のような段階を経て、原始の生命が発生したと考えられている。

1. 原始大気の散逸。木星や土星には、惑星が形成された時の原始大気が現在でも残っているが、地球の場合は重力が小さいので、地球形成の初期の段階で散逸してしまったと考えられる。
2. 2次大気の形成と還元性大気中での化学進化。地球の原始大気の散逸の後、地球内部からガスが吹き出して来て、2次大気が形成された。この2次大気は、水素の存在のもとで、炭素はメタンに、窒素はアンモニアに、酸素は水に還元される、還元性の大気であったろうと思われる。還元性の大気が支配的であった時代に、まず、アミノ酸などの有機物が太陽からの紫外線をもとにして、化学反応の結果合成され、それを元にして、脱水縮合反応により、ポリペプチドやポリヌクレオチドが作られた。
3. 原始生命の発生。大気中で作られたいろいろな有機化合物が海に溶け込んで原始のスープが生まれ、なんらかの化学進化を経てタンパク質や核酸が作られ、それが元になって原始生命

が発生したと考えられている。初期の生命は、原始のスープの中の有機物を食べる従属栄養生物であったろうと思われている。

4. オゾン層の形成。太陽からの紫外線が水の分子を破壊して、大気上層にオゾン層を形成すると、エネルギーの素である紫外線が地表まで届かなくなる。紫外線による有機物の合成が阻害され、従属栄養生物は大量絶滅に瀕したはず。その中から、葉緑素をもった独立栄養生物が発生してきた。
5. 光合成生物の発生と酸化型大気の形成。葉緑素をもった独立栄養生物が繁茂し、光合成を行ない大量の酸素を大気中に放出することにより、現在の酸化型の大気になった。また、酸素を呼吸する生命の発達を促した。

第17章 宇宙生命について

地球外生命の可能性について「SFから科学」になったのは、比較的最近、1960年代から1970年代になってからである。1960年代は天文学の大躍進の時代であった。理論的には、「恒星進化論」がほぼ完成されて、今現在われわれが星の進化、元素の起源に関して理解していることの大部分が明らかになった。また、観測的には、3K宇宙背景放射、パルサー、QSO(クエサー)など、決定的に重要な意味を持つ天体が発見された。この結果、膨張宇宙や、銀河の形成、恒星の誕生など、に関して大枠での理解が得られた。また、宇宙通信に不可欠の電波望遠鏡の性能が著しく上がったことも見逃せない。

地球が宇宙のなかのごくありふれた銀河のひとつである、「天の川銀河」の、またごくありふれた星のひとつである、「太陽」の第三惑星であることを見ても、われわれ人類の存在、あるいは人類の作り上げた物質文明が、とりわけ特別なものではあり得ない、という哲学的な信念に立てば、宇宙にはわれわれと同じように高度の物質文明を發展させた「生命」が存在してもおかしくはない。いや、きっと存在するはずだという考えに到達することは自然である。

17.1 宇宙文明の存在数

われわれの「天の川銀河」に存在する文明の数を見積もる式は、

$$N = R_* \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_l \cdot f_i \cdot f_c \cdot L, \quad (17.1)$$

である。ここで各項は次のような意味を持つ。

[R_*]: 「天の川銀河」において毎年新しい恒星が生まれる数。われわれの銀河系においては、約 10^{11} 個の恒星があり、銀河系の年齢はだいたい 10^{10} 年なので、 R_* は、平均として、10個/年とする。

[f_p]: 恒星が太陽系のような惑星系を持つ割合。われわれの銀河系の恒星のうち、半数は連星系をつくっていると考えられている。また、連星系ではない単独の星すべてに太陽系のような惑星系があると考えられる。しかし、質量の大きな恒星は、寿命が短い、などの条件を加味して、50億年より寿命が長い、太陽程度の星の割合は0.1程度であろう。

[n_e]: ひとつの恒星あたり、地球のように生命発生にとって都合の良い条件を備えた惑星の数。中性子星の表面で生きることのできる生命がないという証明はできない。しかし、ここでは非常に高温や高密度、あるいは低温下で生きる特別な生物を考えないとすれば、適度な温度、水などの存在が生命発生には必要と考える。そのためには、地球のような温度、水、あるいは大気がある条件の惑星が必要となる。太陽系の場合、地球以外にまだ生命が発見されていないので、ここでは地球だけということで、1をとることにする。(火星なども可能とすれば、2を取れるが。)

[f_l]: 生命の発生に適した条件を持つ、ひとつの惑星あたり、生命が発生する確率。地球では、生命が発生しているので、多分1として良いであろう。ただし、これは地球のように生命発生に適した条件を備えた惑星には必ず生命が発生するということを仮定している。これ以降のファクターは、天文学、あるいは宇宙物理学の範疇では、解答の出ない問題であり、生物学、あるいは社会

科学の分野の問題であろう。しかし、地球で起こったことは、他の惑星でも起こって不思議ではないというのが今のところ妥当であろう。

[f_i]: 生命が発生した場合、その生命が進化して、知的生命になることのできる確率。これも、地球が特別であると考えなければ、1を採用するのが妥当であるが、安全性を見込んで、0.1としておく。

[f_c]: 知的生命が、我々地球人のように技術文明をつくり上げることのできる確率。これも他の例を知らないの、地球が特別であると思わない限り、1を採るのが妥当であるが、やはり、安全性を見込んで、0.1とする。

[L]: 文明社会の持続する時間。

これが問題である。ここでは L の評価を残して、今まで評価した数を代入すると、

$$N \sim 10 \times 0.1 \times 1 \times 1 \times 0.1 \times 0.1 \times L \sim 0.01 \times L, \quad (17.2)$$

となる。最後の、 L の評価はもっとも不確定性の大きいものである。我々人類が宇宙通信を行なえるだけの電波望遠鏡を作ってから、ほぼ 50 年経っているの、この値を最小値として採用すると、われわれの銀河系に存在する文明社会の数は、約 1 個となる。つまり、われわれだけしか、「天の川銀河」系には文明が存在しない、ということになる。

仮に、悲観的に見積もって、1 万年程度行き延びるとして、 $N = 100$ となる。もし、核戦争や資源問題、気候などの環境問題をうまく回避して、あるいは他の惑星系などへの移住を通して、持続的な文明社会を築き上げることができれば、1 億年年以上の持続時間を確保できるかも知れない。その場合は、文明社会の数は、 10^6 個以上となる。

われわれの銀河系の大きさを、直径 10 万光年の円盤だとすると、その面積は、 $\pi(5 \times 10^4)^2$ 光年² となり、もし、文明社会の持続時間が悲観的な $L = 10000$ 年として、 $N = 100$ ならば、それら平均距離は

$$d = \sqrt{\frac{\pi(5 \times 10^4)^2}{100}} \approx 10000 \text{ 光年}, \quad (17.3)$$

となる。逆に、楽観的な $L = 10^6$ 年として、 $N = 10^6$ をとれば、

$$d = \sqrt{\frac{\pi(5 \times 10^4)^2}{10^6}} \approx 100 \text{ 光年}, \quad (17.4)$$

となる。この後者の楽観的な値をとれば、我々人類がラジオ放送やテレビ放送を始めてから 70 年以上経っていることを考えると、最も近くの文明社会は、人類の存在を検知している可能性がある。

17.2 文明のタイプ

旧ソ連の天体物理学者 N. S. カルダシェフはある文明が宇宙交信のために利用できる最大のエネルギーの量に基づいて、文明を次の 3 つのタイプに分けている。

- **タイプ I** 交信のために利用できるエネルギーは現在の地球とほぼ同じ。(約 4×10^{19} erg/s または 4×10^{12} W)
- **タイプ II** その父なる恒星の全エネルギーを利用できる。(約 4×10^{33} erg/s または 4×10^{26} W)

- **タイプ III** それが属する銀河系全体のエネルギーを利用できる。(約 4×10^{44} erg/s または 4×10^{37} W)

もし、タイプ II やタイプ III の文明が存在した場合、近くの星を探すということより、系外銀河を探索した方が効率が良い。また、フリーマン・ダイソンの言うような赤外線を放射する天体を見つける、という探し方もある。これは、発達した文明は、恒星からのエネルギーの高い光子を100%利用して仕事をし、排出熱として赤外線を放出するからである。

17.3 宇宙人へのメッセージ

地球外知性と交信する場合、交信の手段は電波を使う。なぜなら、電波を使うことが最も効率が良いことが分かっているからである。われわれ地球の知的生命(すなわち人類)が分かっていることは、相手の地球より進んでいる知性には、既知のことであろうと考えるのは自然であろう。次に、相互に理解できる話題を取り上げる必要がある。相互に理解できることとは、何であろうか。おそらく、数学的な問題。「1 足す 1 は 2」といった命題は、共通であろう。したがって、1 とその数以外では割り切れない、素数は意味のある数として認識されるはずである。例えば、ある周期で繰り返し現われるパターンが二つの素数の積で表せることが判明した場合、我々はそれを、縦×横のパターンとして、2次元的に分解して見る。このことは暗号の手法として有名であるし、おそらく相手も同じことを試みるであろう。

では、次のような2進数のパターン

```
111100001010010000110010000000100000101001000001100101100111100000110000
1101000000001000001000010000100010101000010000000000000000000000000010001000000
000010110000000000000000000010001110110101101010000000000000000000001001000
011101010101000000000101010101000000000111010101011101011000000010000000
000000000010000000000000100010011111100000111010000010110000011100000001
000000000100000000100000011111000001011000101110100000011001011111010
111110001001111100100000000001111100000101100011111100000100000110000
01100001000011000000011000101001000111100101111
```

が送られてくれば、 $551 = 29 \times 19$ の素数に分解でき、その2次元パターンをプロットしてみれば、次のような図が浮かび上がる。

この図の意味は、いくつかの分野の科学者が集まれば比較的容易に解けるであろう。まず、すぐに分かるのは、図の下の方の像である。多分、この生物らしきものが、このパターンを送って来た知的生命体の姿形であろう。足が短くて、ずんぐりしているから、重力の強い惑星の生物かもしれない。

次に、左側の上から下にかけて並んでいるパターンが、恒星とその周りを回る惑星の大きさと数を表している。大きな四角は恒星(太陽)を示し、内側から順に、四つの小さな惑星、ひとつの中くらいの惑星、二つの大きな惑星、ひとつの中くらいの惑星、一番外側に小さな惑星の順に並んでいることがわかる。

上側の中央から右にかけて並んでいる二つの大きなパターンは、二つの原子を表している。左側は、一番内側を回る最内殻電子が二つ、その外側を回る電子が四つあるから、原子番号6の炭素原子を表している。右側のパターンは、同様に考えて、原子番号8の酸素原子を表している。これらから、この惑星の生命のにとって重要な元素は、炭素と酸素であることが判明する。つま

り、われわれ地球生命と同じように炭素が主の生命で、酸素を利用することで、生命活動を維持していると想像できる。

残りのパターンを理解することは、パズルのようで結構難しい。しかし、パリティビット付の2進数と理解するのが妥当であろう。これは、内側の惑星の右側に順に並んでいるパターンから類推ができる。パリティビットを除くと、惑星の右側に並んでいる数は順に、 $1=1$, $10=2$, $11=3$, $100=4$, $101=5$ となっている。これを当てはめると、図の升目の一番右側が黒い升目の数が常に奇数になるように設定されたパリティビットであるとする、上から2進数で、2番目の惑星に対応した位置のパターンが $101=5$ となり、3番目の惑星が $1101011010=858$ となり、4番目の惑星が $1110101010\ 0101010101\ 1110101010=$ 約10億と対応している。また、知的生命とこの数が斜めの線で結ばれているので、この数は人口を表していると考えられる。第4惑星に約10億が住み、第3惑星には858名が移住し、第2惑星には、5名の探検隊が派遣されていると見られる。

右下のパターンは、2進数ではなく、知的生命体の身長を表現していると思われる。頭から足までの長さは、真中の数(パリティビットを差し引いて)、 $1111=15$ を使って、(ある長さの単位を元にしてその)15倍程度の大きさであることを示している。長さの単位はこの信号を送って来た電波の波長と考えられるから、それが10 cm であるとする、150 cm の身長となり、われわれと同じくらいの大きさであることが判明する。一番下のパターンも、黒の升目が4個で奇数ではないので、数ではなく、多分何かの言葉を表すものであろう。生命体の下にあることから、自分自身の名前を示していると考えられることもできるが、これだけからは、結論が出ない。この後に続く信号文を解釈する必要があるだろう。

物理、数学、化学などに基づいたことは、お互いに比較的容易に理解できるであろうが、社会生活や思考形態、感情などを理解し合うことは困難を伴うだろう。

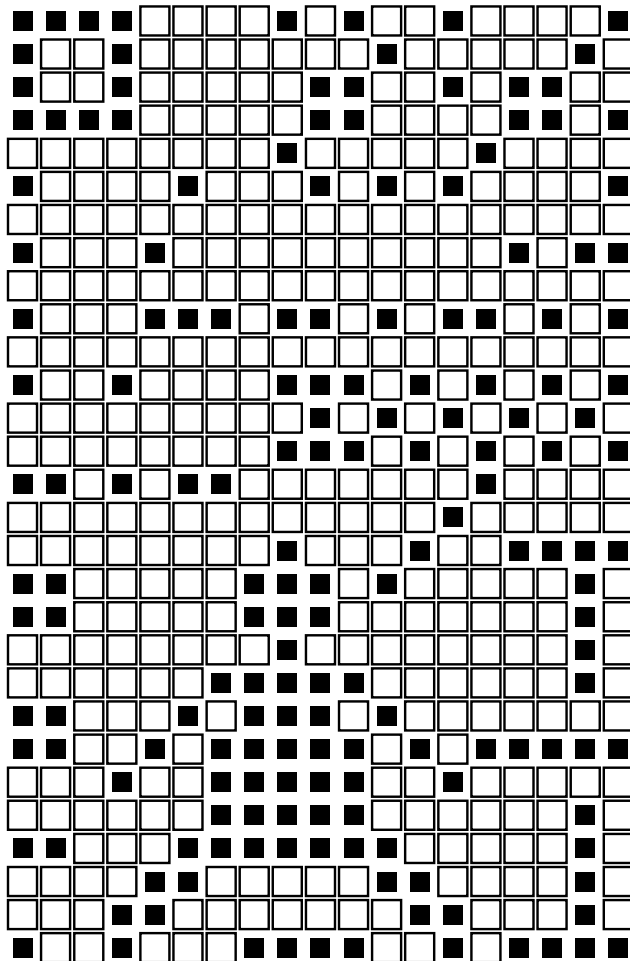


図 17.1: 宇宙通信におけるメッセージの例

第18章 Q&A

授業の終わった後にいろいろな質問が出てくる。この章では、そのような質問にまとめて答えている。授業の理解の助けにして欲しい。

18.1 宇宙の一樣膨張の簡単な説明

宇宙がハッブルの膨張則に従うとき、なぜ宇宙の年齢がハッブル定数の逆数 ($1/H_0$) で表されるのか分からない、という質問を良く受ける。

まず、宇宙膨張を理解するために、平らなゴムのシートが一樣に伸びて行く様子を思い描いて欲しい。このとき、われわれの銀河系から見た銀河の運動は、ある基準の長さを a と置いたとき、図 18.1 のように、銀河 1 の座標は、

$$x_1 = -3a, \quad y_1 = 3a, \quad (18.1)$$

と書ける。銀河 2 の座標は、

$$x_2 = -6a, \quad y_2 = -6a, \quad (18.2)$$

と置ける。したがって、銀河 1 および 2 の遠ざかる速度は座標を微分して、

$$v_1 = \sqrt{\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2} = 3\sqrt{2}\frac{da}{dt}, \quad (18.3)$$

$$v_2 = \sqrt{\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dt}\right)^2} = 6\sqrt{2}\frac{da}{dt}, \quad (18.4)$$

となり、距離は、

$$r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = 3\sqrt{2}a, \quad (18.5)$$

$$r_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = 6\sqrt{2}a, \quad (18.6)$$

となる。このとき、速度と距離と比は

$$\frac{v_1}{r_1} = \frac{1}{a} \frac{da}{dt} = \frac{v_2}{r_2} = \dots = H_0, \quad (18.7)$$

と一定になる。これは、どのような位置にある銀河をとっても同じ結論になる。さて、過去も現在も一樣に膨張しているとすると、

$$a = t, \quad (18.8)$$

と置いて差し支えないので、 $da/dt = 1$ となり、現在の時間を $t = t_0$ と置けば、

$$\left. \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right|_{t=t_0} = \frac{1}{t_0} = H_0, \quad (18.9)$$

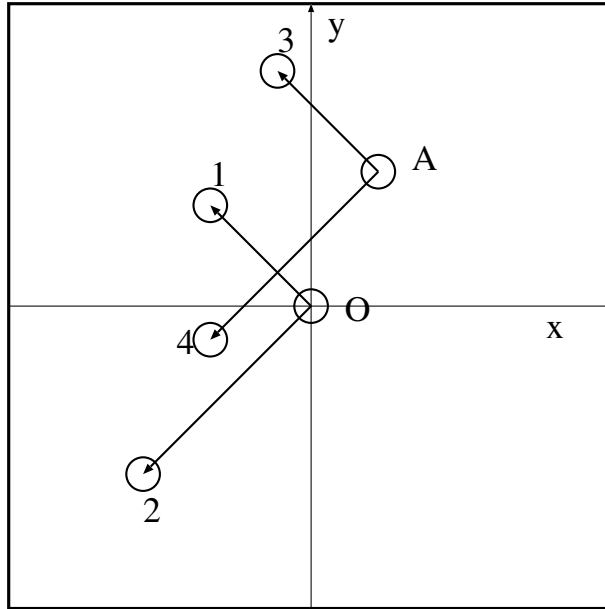


図 18.1: 宇宙の一樣膨張

となり、現在までの時間は、

$$t_0 = \frac{1}{H_0}, \quad (18.10)$$

となる。ここで注意して欲しいのは、 H_0 の値は現在の値であり、過去のある時期 (たとえば、 $t = t_1$) での比例定数は、

$$H(t = t_1) = \frac{1}{t_1} \neq H_0 = \frac{1}{t_0}, \quad (18.11)$$

のように現在の値 H_0 とは異なる値をとる。

宇宙には中心が無い。われわれとは別の文明が存在する銀河 A から見た銀河 3 および 4 も、我々から見た銀河 1 と 2 とまったく同じように見えるはずである。自ら確かめて見て欲しい。

18.2 遠心力とケプラーの第三法則

高校物理を取らず、遠心力の式が分からない、あるいは遠心力の求め方が分からない、という人がいた。授業では、高校物理の知識を前提に、遠心力は習っているとして話をしているので、そのような学生には不親切だったかも知れない。

まず、物体は、力が働かねば、等速直線運動をするという、「慣性の法則」がある。地球のように太陽の周りを(ほぼ)円運動する天体は、太陽の重力が無ければ、図 18.2 の最上の地点から、右側に等速直線運動をする。しかし、太陽の重力に引かれるので、常に太陽に向かって落ち続ける。今、円運動の角速度を ω とすると(ある単位時間に角度 ω だけ、回転する時、角速度は ω である)、単位時間経った後、地球は、右の地点に動いている。この場合、速度の変化をみても、 v か

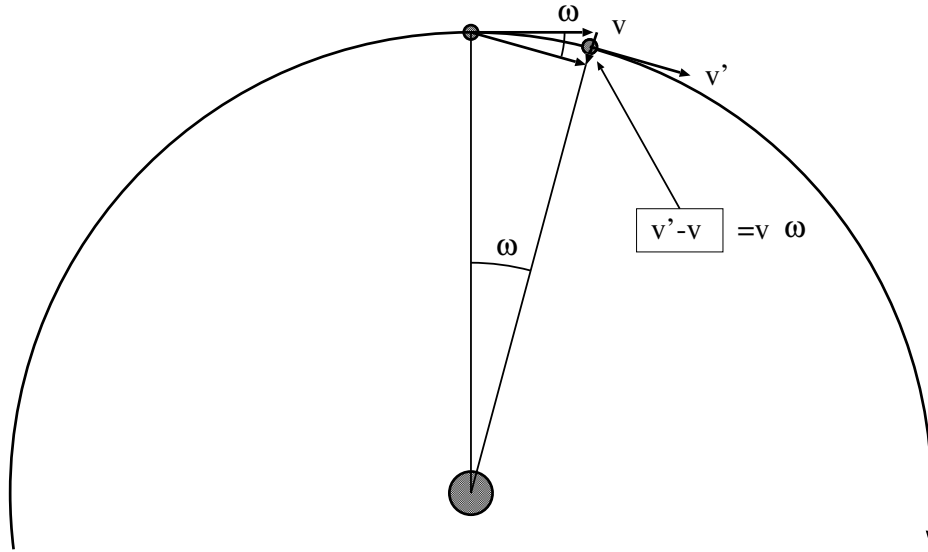


図 18.2: 遠心力の求め方

ら v' に変化した。この変化の大きさは、 ω が 1 に比べて十分小さい場合は、

$$|v' - v| \approx v\omega, \quad (18.12)$$

となり、そのベクトルの向きは、中心にある太陽に向かっている。つまり、円運動においては、常に中心に向かう「向心力」が働いているように考えられる。この「向心力」の大きさが、円運動の場合、 $v = r\omega$ となるので、

$$v\omega = r\omega^2, \quad (18.13)$$

と書ける。

さて、今度は、円運動している地球の上に乗っているわれわれの立場(系)から、運動を見てみよう。地球は、太陽に重力を及ぼされている。したがって、太陽に向かって落ちて行かねばならない。しかし、落ちて行かない。それは、太陽の向きとは反対方向に重力と同じ大きさの力で、引かれていることを意味している。この「力」のことを「遠心力」と呼ぶ。つまり、太陽の重力と遠心力が釣り合って、地球は、太陽に落ちて行かない、ある一定の距離にずっと存在し続けられる。この遠心力の大きさは、円運動が与えられれば、決まる量で、「向心力」と同じ大きさで、向きが逆の力である。

重力と遠心力が釣り合って、円運動をしている場合、円運動の半径を a 、角速度を ω とすると、

$$M_{\oplus}a\omega^2 = \frac{GM_{\oplus}M_{\odot}}{a^2}, \quad (18.14)$$

の関係が成立する。ここで、 M_{\oplus} は地球の質量、 M_{\odot} は太陽の質量、 G は万有引力定数である。公転の周期を P とすると、

$$P = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (18.15)$$

となるので、この関係式を代入し、

$$a^3 \left(\frac{2\pi}{P} \right)^2 = GM_{\odot}, \quad (18.16)$$

という、ケプラーの第3法則を得る。

数学的に求めるには、円の運動は、媒介変数表示で、

$$x = r \cos \omega t, \quad (18.17)$$

$$y = r \sin \omega t, \quad (18.18)$$

と書けることを使う。この場合、速度は座標の時間微分だから、

$$\frac{dx}{dt} = -\omega r \sin \omega t = -\omega y, \quad (18.19)$$

$$\frac{dy}{dt} = \omega r \cos \omega t = \omega x, \quad (18.20)$$

となる。また、加速度は速度の時間微分だから、

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 r \cos \omega t = -\omega^2 x, \quad (18.21)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 r \sin \omega t = -\omega^2 y, \quad (18.22)$$

となる。したがって、ベクトルの形で書くと、

$$\mathbf{a} = \left(\frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2} \right) = -\omega^2(x, y) = -\omega^2 \mathbf{r}, \quad (18.23)$$

となり、円運動の加速度の向きは、座標中心の太陽位置に向かい、大きさは、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ として、 $r\omega^2$ となる。つまり、円運動の加速度は「向心力」であり、その大きさは $r\omega^2$ となる。これを惑星の回転と同じ角速度をもって、回る回転系に乗って見れば、惑星は止まっているように見える。重力が働いているので、重力と釣り合う「遠心力」が惑星に働いていて、惑星は回転系の上では動かない、と見なせる。したがって、上で求めたようにして、同じケプラーの第3法則が導かれる。

18.3 立体角についての積分

2次元の平面上で、角度はある点から見た2次元の空間の広がりを指しているが、立体角とは、ある点から見た、3次元的な空間の方向の広がりのことを指す。この立体角の大きさを表す量として、半径1の球面を考えて、その球面上の対応する面積をとる。

空間の一点を表すのに、直交座標系 (x, y, z) を使うことが多いが、極座標 (r, θ, ϕ) を使うと便利なこともある。この場合の関係は、

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad y = r \sin \theta \sin \phi, \quad z = r \cos \theta, \quad (18.24)$$

となる。立体角の大きさは半径1の球の表面積と対応するので、全立体角は 4π となる。また、立体角 $d\Omega$ について積分するとき、極座標を使って、

$$d\Omega = 1 \cdot \sin\theta d\theta \cdot d\phi, \quad (18.25)$$

と置くことができる。(図18.3参照。)

さて、図3.1のように、単位面積の平面からある角度 (θ, ϕ) の方向に、ある立体角の広がり $d\Omega$ をもって、光が出て行くことを考える。この時、この単位面積の面を通過して出て行く、振動数が ν と $\nu + d\nu$ の範囲のエネルギー・フラックスの量を

$$\text{energy flux} = f_\nu(\theta, \phi) d\nu d\Omega, \quad (18.26)$$

と置くと、すべての振動数($\nu = 0 \rightarrow \infty$)について積分し、また立体角は、上半面($\theta = 0 \rightarrow \pi/2$, $\phi = 0 \rightarrow 2\pi$)について積分すると、この単位面積を通過して出て来る、あるいは逆に入って行く energy flux の総量が計算できる。すなわち、

$$\text{total energy flux} \equiv f = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta \int_0^\infty d\nu f_\nu(\theta, \phi), \quad (18.27)$$

となる。ここで、黒体輻射スペクトルを仮定すると、黒体輻射は等方的に出るので、方位角 π 依存性はない。したがって、 $f_\nu(\theta, \phi)$ の ϕ に関する項はないので、そのまま積分できるので、 $\int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi$ となる。しかし、天頂角 θ については、斜めの角度 θ から光が入って来ると、受光面積は単位面積 $\times \cos\theta$ と小さくなる。これは、円を斜めから見ると楕円になり、その面積は傾きの角度 θ に応じて、 $\cos\theta$ と小さくなるからである。このため、

$$f = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta \int_0^\infty \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{d\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (18.28)$$

と積分のところに $\cos\theta$ がかかる。結局、 $x = h\nu/kT$ の置換をして、変数変換すると、

$$\begin{aligned} f &= \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \left(\frac{\pi^4}{15}\right) \\ &= \sigma T^4, \end{aligned} \quad (18.29)$$

を得る。

18.4 ステファン・ボルツマンの定数と輻射密度定数の関係

ステファン・ボルツマン (Stefan-Boltzmann) の定数 σ と輻射密度定数(a を使うことが多い)をよく混同する。輻射密度定数は、単位体積中に含まれる輻射のエネルギー(エネルギー密度という)を計算する場合に現われる。エネルギー・フラックスとエネルギー密度は違うものである。輻射のエネルギー密度を計算するには、輻射の速度が光速であることから、黒体輻射の(3.1)式を光速(c)で割り、さらに、全立体角について積分すれば良い。ここで、輻射密度を全立体角で積分する時に、エネルギー・フラックスの計算のように輻射は太陽表面などからでて来るのではなく、空間に充滿しているので、角度 θ についての積分は、 $0 \rightarrow \pi$ までであり、面の傾きを表す $\cos\theta$ の項はかからない。したがって、積分は、

$$\varepsilon = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^\infty \frac{2h\nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

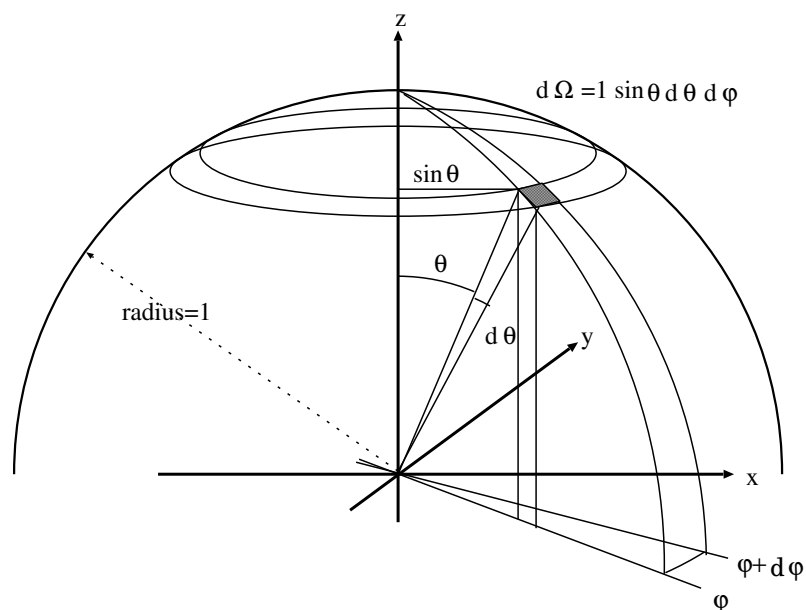


図 18.3: 立体角は空間における角度の広がり程度を表す量である。したがって、半径 1 の球面上の面積を立体角の大きさとする。天球上のある一点を表すには、二つの角度、 θ と ϕ が必要になる。例えば、図の斜線の微小面積は、縦方向の長さが $1 \times d\theta$ で、横方向の長さが $1 \times \sin \theta \times d\phi$ となるので、面積は、 $dS \equiv d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ となる。

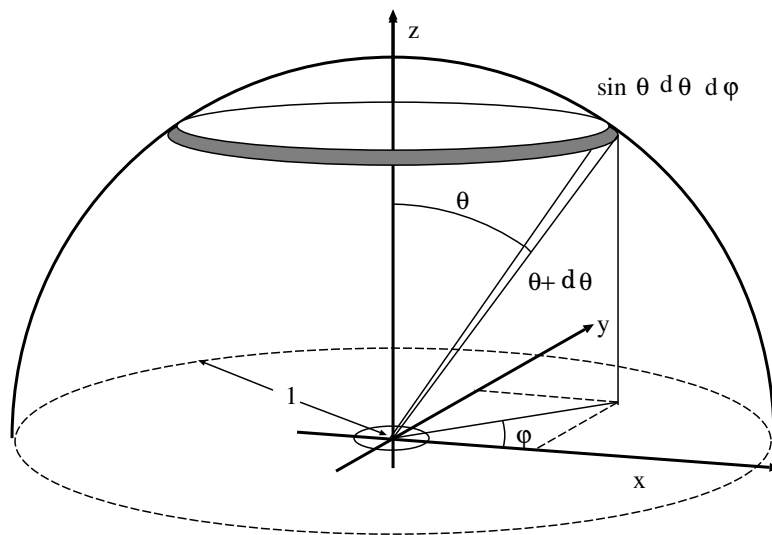


図 18.4: 立体角についての積分は、積分要素が $dS \equiv d\Omega = d\phi \sin \theta d\theta$ となることに注意。図の斜線の部分を 1 週積分すると、 $\int d\phi = 2\pi$ となる。また、面から角度 θ だけ傾いたフラックスについては、 $\cos \theta$ のファクターがかかる。これは、円盤を斜めからみると、楕円に見え、見込む面積が $\cos \theta$ だけ、小さくなっていることに相当する。輻射は、面の上半分に放出されるので、 θ の積分範囲は、0 から $\pi/2$ までである。

$$\begin{aligned}
&= \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi h}{c^3} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \left(\frac{\pi^4}{15}\right) \\
&= aT^4,
\end{aligned} \tag{18.30}$$

の式を得る。ここで

$$a = \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3 h^3}, \tag{18.31}$$

を輻射密度定数と呼び、ステファン・ボルツマン定数とは、

$$\sigma = \frac{ac}{4}, \tag{18.32}$$

の関係がある。

18.5 プランクの輻射公式の導出について

プランク (Planck) の輻射公式 (radiation formula) を導出するには、量子力学と統計力学・熱力学の基礎的な知識が最低必要である。したがって、それをまだ学んでいない段階で以下を十分理解することはできないので、授業では輻射公式は与えるだけで、物理的中身については触れない。しかし、時々何を見れば良いかという質問をされるので、簡単な説明と参考文献を挙げておく。

復元力として、ずれの大きさに比例する力 (フックの法則) が働く系を**調和振動子 (harmonic oscillator)** と呼ぶ。調和振動子のエネルギー (ϵ) は、

$$\epsilon = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m(2\pi\nu)^2 x^2, \tag{18.33}$$

と書ける。ここで、 p は運動量、 m は質量、 ν は振動数である。この古典的な調和振動子を量子力学的に扱うと、エネルギーは連続的に取れなくて、飛び飛びの値になり、

$$\epsilon_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu, \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \tag{18.34}$$

と書ける。

次に、統計力学の方法を使う。ある閉じた系が周りの熱浴を接していて、熱的にのみエネルギーをやりとりしている系の確率分布をカノニカル分布 (canonical distribution)、あるいは正準分布と呼ぶ。この系を構成している個々の粒子がどのエネルギー準位をとるかは確率的に決まっています、エネルギー ϵ_n の量子状態 n にある確率は、

$$P_n = \frac{1}{Z} \exp(-\epsilon_n/kT), \tag{18.35}$$

で与えられる。ここで、確率は規格化する必要があるので、規格化のための定数

$$Z = \sum_n \exp(-\epsilon_n/kT), \tag{18.36}$$

を分配関数 (distribution function) と呼ぶ。

調和振動子の系の 1 振動子の分配関数は、

$$z = \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\frac{h\nu}{kT} \left(n + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{\exp(-h\nu/2kT)}{1 - \exp(-h\nu/kT)}, \quad (18.37)$$

となる。これから、1振動子の自由エネルギーを導出すると、

$$\begin{aligned} \phi &= -kT \log z \\ &= \frac{1}{2}h\nu + kT \log \left(1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \right), \end{aligned} \quad (18.38)$$

となる。系全体の自由エネルギーは個々の振動子の重ね合わせで求まるので、

$$F = \sum_i \left[\frac{1}{2}h\nu_i + kT \log \left(1 - \exp\left(-\frac{h\nu_i}{kT}\right) \right) \right], \quad (18.39)$$

となる。

ここで、系全体のエネルギー E は、

$$\begin{aligned} E &= -T^2 \frac{d}{dT} \left(\frac{F}{T} \right) \\ &= \sum_i \left(\frac{1}{2}h\nu_i + \frac{h\nu_i}{\exp(h\nu_i/kT) - 1} \right), \end{aligned} \quad (18.40)$$

と求まる。

さて、次に、1辺の長さ L の立方体の箱の中の輻射を考える。このような空洞の箱の中に閉じ込められている輻射のことを、**空洞輻射**という。この箱の中に何個の光子が入っているかを求める必要がある。箱の中での境界条件を考えると、

$$n\lambda = L, \quad (18.41)$$

となり、基準振動の数は、電磁波の自由度が2であることを考慮して、

$$2 \frac{L^3}{\lambda^3} = 2n^3, \quad (18.42)$$

あるいは同じことだが、

$$\nu\lambda = c, \quad (18.43)$$

の関係を使って、

$$2 \frac{L^3}{\lambda^3} = \frac{2V\nu^3}{c^3}, \quad (18.44)$$

となる。ここで、 $V = L^3$ は体積である。今度は、振動数 ν と $\nu + d\nu$ の間にある振動子の数を求めてみると、それは上式より、

$$\frac{2V}{c^3} 4\pi\nu^2 d\nu, \quad (18.45)$$

となる。ここで、この振動子の数を $D(\nu)d\nu$ とすれば、

$$D(\nu) = \frac{2V}{c^3} 4\pi\nu^2, \quad (18.46)$$

となる。

振動子のエネルギー式 (18.40) の最初の項は、温度がゼロでも存在する項で、**零点エネルギー**とよばれる。したがって、零点エネルギーから測ったエネルギーとして、

$$E = \int_0^\infty \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} D(\nu) d\nu$$

$$= \frac{8\pi V h}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1} d\nu, \quad (18.47)$$

をえる。これより、エネルギーの振動数分布は、振動数が ν と $\nu + d\nu$ の間にある電磁波の成分のエネルギー密度を $\epsilon(\nu)d\nu$ として、

$$\epsilon(\nu) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (18.48)$$

となる。エネルギー密度なので、体積 V はとれる。これをプランクの輻射公式 (Planck's radiation formula) という。

これに、光速度 c を掛け、全立体角 4π で割ったものが、黒体輻射のエネルギー・フラックス

$$B_\nu(T)d\nu = \frac{2h}{c^2} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1} d\nu, \quad (18.49)$$

となる。これは、式 (3.1) と同じである。

また、振動数 ν の代わりに波長 λ をとると、

$$\begin{aligned} f &= \int_0^\infty B_\nu(T) d\nu \\ &= \int_0^\infty \frac{2h}{c^2} \frac{\nu^3}{\exp(h\nu/kT) - 1} d\nu \\ &= \int_0^\infty \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/kT\lambda) - 1} d\lambda \\ &= \int_0^\infty B_\lambda(T) d\lambda, \end{aligned} \quad (18.50)$$

より、

$$B_\lambda(T) d\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/kT\lambda) - 1} d\lambda, \quad (18.51)$$

となり、式 (3.11) が示せた。

参考文献 岩波基礎物理シリーズ 7 「統計力学」長岡洋介 著

18.6 自己重力エネルギーの計算法

自己重力エネルギーを計算する場合に、式 (4.34) の積分の前にある $1/2$ はなぜつくのか、という質問をよく受ける。分かりやすく考えるために、 N 個の質点がお互いに重力を及ぼし合っている状況を設定する。 i 番目の質点の重力ポテンシャルは、

$$\phi_i = \sum_{j \neq i} \frac{Gm_j}{r_{ij}}, \quad (18.52)$$

と書ける。ここで、 r_{ij} は質点 i と j の距離を表す。和は j について、 $j = 1$ から $j = N$ までとるが、 $j = i$ については和をとらない。この重力ポテンシャルを使って自己重力エネルギーを計算すると、

$$W = \sum_i m_i \phi_i = \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{Gm_i m_j}{r_{ij}}, \quad (18.53)$$

となる。しかし、よく考えてみると、 $i = 1, j = 2$ の質点のペアと $i = 2, j = 1$ の質点のペアは同じもののなかに二度足し合わされている。他のペアについても同じように二度足し合わされているので、正味の重力エネルギーは、この全体を 2 で割れば良い。結局、

$$W = \frac{1}{2} \sum_i m_i \phi_i = \frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{Gm_i m_j}{r_{ij}}, \quad (18.54)$$

となる。

上の説明では、何だかだまされたような気がする人は、以下の説明を見て欲しい。星の重力エネルギーの計算の前に $\frac{1}{2}$ がなぜ付くのかをもっと物理的に分かりやすく解説したつもりである。

●外場=質量分布によりポテンシャルが変化しない

地球上で、ロケットを飛ばす場合には、ロケットが飛ぶことで地球の周りの重力ポテンシャルは変化しない。厳密には、非常に微小な量変化しているはずであるが、その量が小さすぎて無視できる。このような場合なら、地球の作る重力ポテンシャルにロケットの質量をかけたものが、ロケットの重力エネルギー（あるいは位置エネルギー）となる。したがって、

$$W = M\phi = \int_V \phi dM_r = \int_0^R \phi 4\pi r^2 dr, \quad (18.55)$$

●自己場=質量によりポテンシャルが変化する

星の場合は、十分遠方から、質量(ガス)を持って来て、集めて行くにしたがって、重力ポテンシャルは次第に深くなって行く。つまり、自分自身の質量の増加につれて重力ポテンシャルも(マイナス符号で)大きく深くなっていくので、最後の、出来上がった星の重力ポテンシャルを使って、重力エネルギーを計算すると大きくなりすぎるのである。

星の質量が $m = 0$ から $m = M$ まで増加して行くことを考える。質量 m の密度一様の星の半径 $r = R$ のところでの重力ポテンシャルは (4.32) 式より、

$$\phi_m = -\frac{Gm}{R}, \quad (18.56)$$

と書けるので、 $m = 0 \rightarrow M$ の積分を実行すると、

$$W = \int_0^M \phi_m dm = \int_0^M \frac{-Gm}{R} dm = -\frac{1}{2} \frac{GM^2}{R} = -\frac{1}{2} \phi_M M, \quad (18.57)$$

となり、現在のすでに深くなった、重力ポテンシャル

$$\phi \equiv \phi_M = -\frac{GM}{R}, \quad (18.58)$$

を使うと、 $\frac{1}{2}$ の係数が付くのである。

第19章 筆記試験について

学期末に筆記試験を行なう。単位が必要な人は必ず受けて下さい。どのような問題が出題されるのかとの質問が多いので、今まで出した問題の具体例を下に掲げておきます。解答例とコメントを付けてあるので、参考にして下さい。

宇宙科学 I (蜂巢) 2009 年冬学期

注意 筆記用具以外の持ち込みは不可。試験時間は 90 分。解答用紙 (表裏) は 1 枚。(1 枚の解答用紙に、要領良く、簡潔に解答せよ。)

問題 1. 次の語句についてその内容を 3 行程度で説明せよ。

(1) レーダーエコー実験 (配点 5)

[解答と comment] 金星 (火星) が地球にもっとも近付いた時に、電波を出して、金星 (火星) 表面に反射して戻って来る時間を測り、地球と金星 (火星) 間の距離を求める。これとケプラーの第 3 法則を使い、地球の軌道半径を求める。地球の軌道半径は、年周視差から距離を測定する場合の基礎となる。以上の 3 点が書かれていることが必要。式 (2.9),(2.10),(2.11) が書かれていればパーフェクト。

(2) 水素核融合反応の安定性 (配点 5)

[解答と comment] 核融合反応率は、pp-チェーンの場合も、CNO-サイクルの場合も温度に非常に敏感であること。温度が上がれば反応率もあがる。水素爆弾の場合は、一度火が着いて温度が上がると、それが核反応率を上昇させるので、ますます激しく反応し爆発してしまう。これに反して、星は核反応のエネルギーが出て来ると、温度が上がり、圧力が上がるが、そのため星は膨張し、膨張した結果、断熱膨張なので温度が下がり、核反応率が下がってしまう。このため、核燃焼の暴走は無く、安定な核反応が持続する。以上のことが簡潔に書かれていることが必要。

(3) 重元素の起源 (配点 5)

[解答と comment] 宇宙初期に存在した元素は、水素とヘリウムであったこと。それより重い元素は、星の中で核融合でできたこと。星の中に閉じ込められていたのでは、次の世代の星の中に取り込まれない、あるいはわれわれの体をつくる素にはならないので、超新星爆発で宇宙空間に撒き散らされたこと。の 3 つが書かれていることが最低必要である。

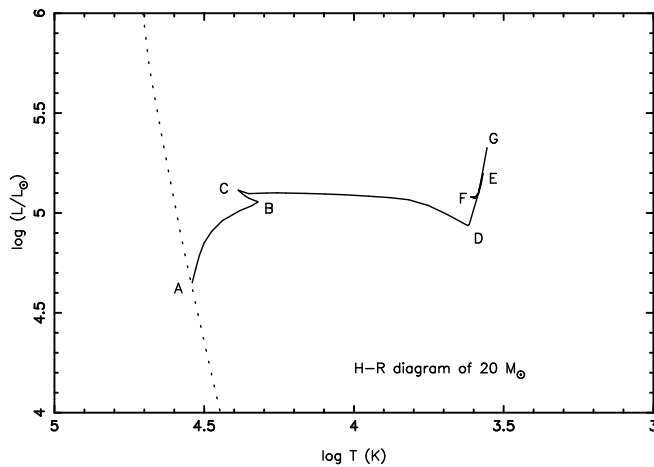
(4) セファイド (配点 5)

[解答と comment] 2 日程度から 200 日程度の周期で明るさが変化する変光星で、周期の対数と平均絶対光度の対数 (あるいは平均絶対等級) の間にほぼ直線的な周期-光度関係があるので、その周期を測ることで、絶対等級 M が分かり、みかけの等級 m から、 $M = m + 5 - 5 \log d$ より、セファイドまでの距離 d が分かる。年周視差が測定できない遠方の銀河までの距離を測る方法である。

(5) 月の起源 (配点 5)

[解答と comment] 講義ノートには無いことであるが、授業に出ているなら書けるはずのものである。原始地球形成時に、地球と同程度の原始惑星が地球に衝突し、地球とその惑星の一部が地球の周りに飛散したのから、月が形成されたとするジャイアント・インパクト説がもっともらしいとされている。飛散したガスが冷却され、塵となる。塵がジーンズ不安定を起こし、集合して微衛星となり、微衛星が寡占的成長をして、現在の月になった。

問題 2. $20M_{\odot}$ の恒星の進化 (星の一生) に関する次の図を見て、星の進化の様子を簡潔に説明せよ。ただし、星の内部の対流および核反応の様子については、詳しく述べよ。さらに、図中の、A, B, ..., G の位置に対応する星の内部の様子 (星を輪切りにした説明図) も同時に示せ。(配点 25)



[解答と comment] 図 9.1 を参照のこと。ここに書かれてあることが正しく理解されて書かれていればよい。

問題 3. 次のドレイクの式は、われわれの銀河系 (天の川銀河) に存在する宇宙文明の数 (N) を予測する式である。この式に関して、次の問に答えよ。

$$N = R_* \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_l \cdot f_i \cdot f_c \cdot L \quad (19.1)$$

- (1) ドレイクの式の右辺の意味を簡潔に述べ、 N の合理的な値を推測せよ。ヒント：* は星 (star)、 p は惑星 (planet)、 e は環境 (environment)、 l は生命 (life)、 i は知性 (intelligence)、 c は文明 (civilization) を表す。 L はヒントなし。(配点 14)
- (2) 最後の項 L の値をいろいろ変えた場合の、地球外文明との交信の可能性を根拠を示して、述べよ。(配点 11)

[解答と comment] これも講義ノートの内容が正しく理解されて書かれていればよい。通信の可能性は、文明の寿命が通信にかかる時間よりも長いことが必須なので、そのことが正しく書かれていることが最低必要。

問題 4. ブラックホールへ、マウス (ねずみ) がまっさかさまに落ちて行く場合を想定して、次の問に答えよ。

- (1) マウスを質量 m の二つの重りが、長さ l の紐で結ばれているモデルであらわした場合に、二つの重りについての運動方程式を導出せよ。ただし、重力定数を G 、ブラックホールの質量を M 、ブラックホールから頭までの距離を r とせよ。(配点 5)
- (2) 上記の二つの方程式から、紐にかかる張力を表す式を求めよ。ただし、 $l \ll r$ の条件を使って、その式を簡単にせよ。(配点 5)
- (3) マウスの体重を 0.2 kg 、身長を 0.1 m 、ブラックホールの質量を $1M_{\odot} = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ 、重力定数を $6.7 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ として、マウスの体がバラバラになる距離を km 単位で、有効数字 1 桁の精度で求めよ。ただし、モデルの紐は、 100 kg 重の力がかかった場合に、ちぎれるとする。なお、地球表面での重力加速度は、 9.8 m s^{-2} とする。(配点 10)
- (4) この限界の距離を、 $1M_{\odot}$ の質量のブラックホールの半径 (3 km) と比較せよ。また、系外銀河の中心核にあると考えられる、ブラックホールの質量が太陽の 1 億倍として、マウスは生きたままブラックホールの中に入って行けるか、理由を述べて、答えよ。なお、ブラックホールの半径は質量に比例する。(配点 5)

[解答と comment] これも講義ノートの内容が正しく理解されて書かれていればよい。注意は、講義ノートの cgs 単位系とは違って、 MKS 単位系で計算して良いということ。 $m = 0.1 \text{ kg}$ とすることと、 $T = 100 \times 9.8 \text{ N}$ と代入すること、そうすれば、限界の距離 $r_t = 100 \text{ km}$ がすぐに求まる。また、ブラックホールの半径は質量に比例するが、潮汐限界は、質量の $1/3$ 乗に比例することを使うことが必要。

授業の評価 時間があれば、何回くらい「宇宙科学 I」の授業に出たかを記し、「宇宙科学 I」の授業の改善点、要望、あるいは感想でも結構ですので、記入して下さい。なお、この部分は配点には関係ありません。

第20章 宇宙科学定数表

物理定数の値は、その単位系によって異なる。距離をメートル (m) 単位、質量をキログラム (kg) 単位、時間を秒 (s) 単位で表し、それを元にして計算した物理定数は、「MKS 単位系で記述される」と言う。

また、宇宙科学では、距離をセンチメートル (cm)、質量をグラム (g)、時間を秒 (s) で表し、それを元に計算した物理定数をよく用いる。これらは、「cgs 単位系で記述される」と言う。

記号	意味 (名称)	値 (MKS)	値 (cgs)
c	光速度	$2.99792458 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$	$2.99792458 \times 10^{10} \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$
G	重力定数	$6.67259 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	$6.67259 \times 10^{-8} \text{ dyn}\cdot\text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-2}$
h	プランク定数	$6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$	$6.6260755 \times 10^{-27} \text{ erg}\cdot\text{s}$
e	電子の電荷	$1.60217733 \times 10^{-19} \text{ C}$	$4.8032068 \times 10^{-10} \text{ esu}$
m_e	電子の質量	$9.1093897 \times 10^{-31} \text{ kg}$	$9.1093897 \times 10^{-28} \text{ g}$
m_p	陽子の質量	$1.6726231 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$1.6726231 \times 10^{-24} \text{ g}$
m_n	中性子の質量	$1.6749286 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$1.6749286 \times 10^{-24} \text{ g}$
m_u	原子質量単位	$1.6605401 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$1.6605401 \times 10^{-24} \text{ g}$
N_A	アボガドロ定数	$6.0221367 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	$6.0221367 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
k	ボルツマン定数	$1.380658 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$	$1.380658 \times 10^{-16} \text{ erg}\cdot\text{K}^{-1}$
σ $= \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}$	ステファン -ボルツマン定数	$5.67051 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$	$5.67051 \times 10^{-5} \text{ erg}\cdot\text{cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

表 20.1: 物理定数

記号	意味 (名称)	値 (MKS)	備考
AU	天文単位 (距離)	$1.49597850 \times 10^{11} \text{ m}$	地球軌道の長半径
pc	パーセク (距離)	$3.0857 \times 10^{16} \text{ m}$	年周視差 1 秒
M_{\oplus}	地球質量	$5.9742 \times 10^{24} \text{ kg}$	赤道半径
R_{\oplus}	地球半径	$6.378 \times 10^6 \text{ m}$	
M_{\odot}	太陽質量	$1.9891 \times 10^{30} \text{ kg}$	赤道半径
R_{\odot}	太陽半径	$6.960 \times 10^8 \text{ m}$	
L_{\odot}	太陽光度	$3.85 \times 10^{26} \text{ W}$	

表 20.2: 天文の基礎定数